№ 8 Warszawa, 25 sierpnia 1932 r. Rok X.

TECHNIKA CIEPLNA

CZASOPISMO STOWARZYSZENIA DOZORU KOTŁÓW W WARSZAWIE

OFICJALNY ORGAN POLSKIEGO KOMITETU NORMALIZACYJNEGO DLA SPRAW KOTŁOWYCH

REDAKTOR: Inż. techn. JAN KOMARNICKI

Wydawca: Stowarzyszenie Dozoru Kotłów w Warszawie.

REDAKCJA I ADMINISTRACJA: WARSZAWA, PIĘKNA 32, m. 12. TEL. 8-81-47.

GODZINY BIUROWE: REDAKCJI—PIĄTKI, OD 18 DO 20, ADMINISTRACJI—CODZIENNIE, OD 10 DO 15.

Inż. Z. KLĘBOWSKI.

WZÓR NA PRZYBLIŻONE OBLICZENIE DENKA TALERZOWEGO, WYKONANEGO Z BLACHY KOTŁOWEJ LUB ZE STALI LANEJ[1])

W niżej przytoczonem rozważaniu ma się wyłącznie na myśli cienkościenne z wymienionego wyżej materjału kulisto wypukłe denko, z obrzeżem łagodnie przechodzącem w płaski kołnierz, umocowany w taki sposób, że przy odkształceniu niema zmiany średnicy denka, jakoteż odginanie się kołnierza denka jest wykluczone. Niektóre z wielu możliwych umocowań denka odpowiadających powyższym warunkom pokazano na rys. 1, 2[2]) i 4.

Znaczenie: D, R, s, l, r, h, α wskazano na rys. 3.

Pomiędzy h, D i R istnieją związki geometryczne.

$$h = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} \quad . \quad . \quad (1)$$

$$R = \frac{h}{2} + \frac{D^2}{8\,h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1a)$$

$$D = 2 - \sqrt{2\,R\,h - h^2} \quad . \quad . \quad . \quad (1b)$$

Wyrażając α w stopniach, mamy również

$$\sin \alpha = \frac{D}{2\,R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$l = \pi \; R \; \frac{2\,\alpha}{180} = 0{,}034906 \,.\, R\,\alpha \quad (3)$$

$$l = \sqrt{D^2 + \frac{16}{3}\,h^2} \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Gdyby część sferyczna dna należała do naczynia całkowitego kulistego, to oznaczając przez p ciśnienie w kg/cm^2, mielibyśmy w każdym jego punkcie w jakimkolwiek płaskim przekroju przechodzącym przez środek kuli naprężenie rozciągające:

$$\sigma = \frac{p \,.\, \pi \,.\, R^2}{2\,\pi\,R\,s} = \frac{p\,R}{2\,s} \quad (4)$$

Naprężenie działające na przekrój zorjentowany pod prostym kątem do omawianego, jest równe poprzedniemu co do wielkości absolutnej i znaku

$$\sigma = \frac{p\,R}{2\,s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ten dwuwymiarowy stan napięcia powoduje następujące jednostkowe wydłużenie materjału obłuczyny:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} - \mu\,\frac{\sigma}{E} = \frac{1}{E} \,.\, \frac{p\,R}{2\,s}\,(1 - \mu) \quad (6)$$

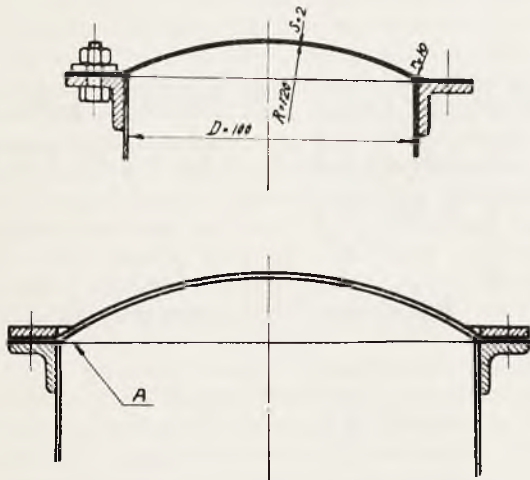
Przyjmując dla żelaza kotłowego i stali lanej $E = 2000000$ i $\mu = 0{,}3$ otrzymujemy;

$$\varepsilon = \frac{1}{2860000} \,.\, \frac{p\,R}{2\,s} = \frac{1}{2860000}\,\sigma \quad . \quad . \quad (7)$$

[1]) Artykuł niniejszy jest wyciągiem z obszernego referatu autora.

[2]) W przypadku pokazanym na rys. 2 należy brać w niżej podanych obliczeniach D_1 zamiast D.

Naprężenia 4 i 5 i wydłużenie jednostkowe 7 istniałyby na całej długości łuku l (rys. 3), gdyby omawiane dno sferyczne albo należało do naczycia całkowitego sferycznego, albo gdyby naczynie cylindryczne, do którego dno jest przytwierdzone tak zwiększało, pod wpływem wewnętrznego ciśnienia swą średnicę, że nie krępowałoby sferycznego denka w odkształceniu się na obrzeżu. Według założenia jednak, denko umocowane jest do sztywnego kołnierza kątownikowego (konstrukcja rys. 2 lub rys. 3) w taki sposób, iż przy odkształceniu niema zmiany średnicy denka, wobec czego denko, odkształcając się, będzie miało tendencję do przyjęcia kształtu odcinka kulistej powłoki o mniejszym promieniu R.



Rys. 1 i 2

Określając wielkość R i h denka po odkształceniu zauważymy, że o ile w pobliżu osi obrotu denka jednostkowe wydłużenie tworzącej wynosi według równości 6 i 7

$$\frac{\Delta_1 l}{l} = \frac{1}{2860000} \sigma \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

to dla obrzeża sferycznej części denka w braku odkształceń w kierunku obwodowym, dzięki istnieniu naprężenia obwodowego

$$\mu . \sigma = \mu . \frac{p R}{2 s}$$

odkształcenie jednostkowe tworzącej będzie

$$\frac{\Delta_2 l}{l} = \frac{1}{E} (\sigma - \mu^2 \sigma) = \frac{1}{2200000} \sigma \quad . \; . \quad (9)$$

Przyjmując jako średnie odkształcenie jednostkowe tworzącej w przybliżeniu średnią arytmetyczną z dwóch poprzednich:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta_1 l + \Delta_2 l}{2 l}$$

otrzymujemy

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2500000} \sigma = \frac{1}{2500000} \frac{p R}{2 s} \quad . \; . \quad (10)$$

Długość łuku tworzącej po odkształceniu znajdujemy z równania

$$l_1 = \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right) l = l + \frac{l}{2500000} \sigma l \quad . \quad (11)$$

gdzie

$$\left(\sigma = \frac{p R}{2 s}\right)$$

Przy obliczaniu naprężenia pochodzącego od zginania na obrzeżu dna weźmiemy pod uwagę zmniejszenie kąta $(180 - \alpha)^0$ względnie zwiększenie kąta α dzięki odkształceniu się denka wskutek zwiększenia się długości l (tworzącej).

Wysokość denka h^1 po odkształceniu wyraża się przy pomocy wzorów 3a i 11 w sposób następujący:

$$h^1 = 0{,}25 \sqrt{3 \left[\left(l + \frac{\sigma}{2500000} l\right)^2 - D^2\right]} \quad (12)$$

Podstawiając wartość h^1 z wzoru 12 zamiast h do wzoru 1a, otrzymujemy

$$R_1 = \frac{h^1}{2} + \frac{D^2}{8 h^1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

z wzoru 3 mamy

$$\alpha = \frac{l}{0{,}034906 R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

zaś

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{0{,}034906 R_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

(l_1 należy brać z równania 11)

Zwiększenie się kąta $\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha$ wywołuje powstanie naprężenia σ^1 od zginania dodającego się do naprężeń σ w punktach A na obrzeżu od wewnętrznej strony naczynia, rys. 2

$$\sigma^1 = E_1 \,.\, \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \,.\, \frac{h_1}{\rho + h_1} \quad (16)$$

Z przeciwnej strony punktu A od zewnątrz naczynia mamy analogicznie

$$\sigma^1 = E_1 \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \cdot \frac{h_2}{\rho - h_2}$$

odejmujące się od σ. We wzorach tych ρ nie jest odległością r pomiędzy środkiem krzywizny i środkiem przekroju prostokątnego, lecz wielkością równą

$$\rho = \frac{s}{lg \frac{u_1}{u_2}}$$

Wielkości h_1 h_2 u_1 u_2 r ρ pokazano na rys. 5; lg oznacza logarytm naturalny.

Wobec tego, iż przypuszczamy, że promień r (liczony od środka grubości blachy) przejścia części sferycznej do płaskiej jest duży w porównaniu z grubością blachy s, to możemy we wzorze 16 przyjąć iż

$$\rho = r \text{ i } h_1 = h_2 = \frac{s}{2}, \text{ a pomijając } h_1$$

w mianowniku wobec r otrzymujemy (jak przy belce prostej) dla rozciąganego włókna od wewnątrz naczynia w punkie A, rys. 2.

$$\sigma^1 = E_1 \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \cdot \frac{s}{2r} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (16a)$$

Pod E_1 należałoby rozumieć we wzorach 16 i 16a moduł sprężystości podzielony przez wielkości $1 - \mu^2 = 1 - 0{,}3^2 = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$ uwzględniającą wpływ sąsiednich części obłuczyny, nie pozwalających na poprzeczne zmiany przy zginaniu rozciąganych włókien od wewnątrz naczynia i ściskanych od zewnątrz. Wobec czego wzór 16a możnaby przedstawić w postaci

$$\sigma^1 = E_1 \cdot \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \cdot \frac{s}{2r} \quad (17)$$

Tej okoliczności jednak w naszem obliczeniu uwzględniać nie będziemy, przyjmując zamiast

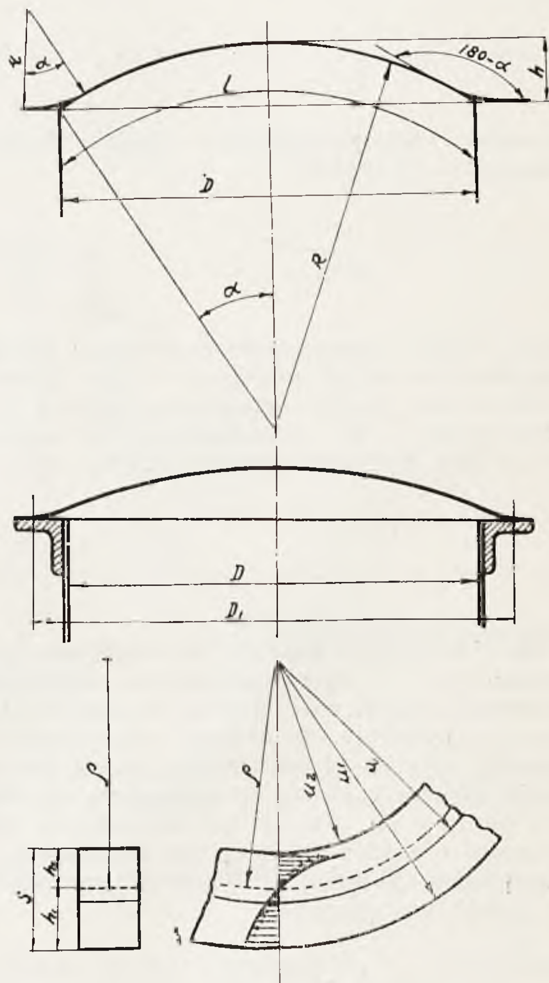
$$E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}, \; E_1 = E$$

Punkty więc blachy omawianego denka do obrzeżu, w miejscu A rys. 2, poddane są rozciągającemu naprężeniu południkowemu (wzór 4 i 17)

$$\sigma_1 = \sigma + \sigma^1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

oraz naprężeniu obwodowemu powodującemu brak odkształceń w kierunku obwodowym

$$\sigma_2 = \mu \, \sigma_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18a).$$



Rys. 3, 4 i 5

Naprężenie ścinające, panujące w przekroju denka przy obrzeżu, posiada średnią wartość:

$$\tau = \frac{pD}{4\,s} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Energja postaciowego odkształcenia sprężystego w najogólniejszym stanie napięcia wyraża się:

$$\lambda_f = \frac{1}{12\,G}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2\right] +$$

$$+ \frac{1}{2\,G}\left(\tau^2_{xy} + \tau^2_{zy} + \tau^2_{xy}\right) \qquad (20)$$

Energja zaś postaciowego odkształcenia sprężystego w przypadku zwykłego rozciągania wyraża się

$$\lambda_f = \frac{1}{6\,G}\,\sigma^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (21)$$

Warunek wytrzymałościowy określa w tym przypadku równanie

$$\lambda_f = \frac{1}{6\,G}\,k^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (21a)$$

gdzie k jest dopuszczalne naprężenie na rozciąganie, równe lub mniejsze od k_p — granicy plastyczności. Łącząc znakiem równości λ_f ze wzorów 20 i 21, otrzymujemy dla naszego przypadku dwuwymiarowego stanu napięcia

$(\sigma_z = 0;\ \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0,$

$$\sigma^2_x + \sigma^2_y - \sigma_x\,\sigma_y + 3\,\tau^2 = k^2 \qquad (22)$$

Wzór 19 podaje średnią wartość naprężeń ścinających τ_1 nierównomiernie, aczkolwiek w sposób ciągły, rozłożonych w grubości blachy s w przekroju, do którego należy punkt A (rys. 2). Ponieważ naprężenie to tak się rozkłada iż w warstwach skrajnych (a więc i w punkcie A, rys. 2) ma ono wartość równą zeru i rośnie ku warstwie środkowej, to dla punktu A (rys. 2) wzór 22 uprości się w sposób następujący:

$$\sigma^2_x + \sigma^2_y - \sigma_x\,\sigma_y = k^2$$

czyli

$$\sqrt{\sigma^2_x + \sigma^2_y - \sigma_x\,\sigma_y} = k \qquad (22a)$$

Zauważmy, iż w wielkości σ uwzględniono wszystkie elementy konstrukcyjne dna, a więc: D, R, r, s. Biorąc pod uwagę przyjęte oznaczenia we wzorze 18 i 18a wzór 22a napiszemy w postaci ostatecznej:

$$\sigma_1^{\,2} + \sigma_2^{\,2} - \sigma_1\,\sigma_2 = k^2$$

czyli

$$\sqrt{\sigma_1^{\,2} + \sigma_2^{\,2} - \sigma_1\,\sigma_2} = k \qquad (23)$$

Ponieważ $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1$ to wzór 23 dla $\mu = 0{,}3$ uprości się ostatecznie

$$(0{,}79\,\sigma_1)^2 = k^2 \text{ lub } 0{,}88882\,\sigma_1 = k$$

czyli

$$0{,}9\,\sigma_1 \cong k \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (24)$$

Chcąc wyżej przytoczony sposób obliczenia przedstawić w postaci wzoru ułatwiającego obliczenie, należy przestudjować funkcję (wzór 18 i 24) $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$, badając jej zmienność w zależności od wartości jakie przyjmują wielkości D, R, r, s, p. Wobec tego, iż funkcja

$$\sigma = \frac{p\,R}{2\,s}$$

jest bardzo prosta, przeto zadanie sprowadza się do zbadania jak się zmienia naprężenie

$$\sigma^1 = E\,.\,\frac{\Delta\,\alpha}{\alpha}\,.\,\frac{s}{2\,r}$$

co znów redukuje się do zbadania zmienności

wielkości $\frac{\Delta\,\alpha}{\alpha}$ w zależności od wartości

wielkości D, R, s, p względnie od wielkości D, h, σ gdyż h daje się łatwo określić przez D i R, σ zaś przez p, R, s.

Przypomina się, iż $\sigma = \frac{p\,R}{2\,s}$ (wzór 4)

jest naprężenie rozciągające, panujące w sferycznej części denka, a

$$\sigma^1 = E\,.\,\frac{\Delta\,\alpha}{\alpha}\,.\,\frac{s}{2\,r} \text{ (wzór 17)}$$

jest dodatkowe naprężenie rozciągające od zginania w punkcie A, rys. 2.

Rozwiązując sześć równań (3a, 11, 12, 13, 14, 15) i określając $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha$ otrzymujemy, podany w referacie, a w niniejszem streszczeniu opuszczony, wzór 25 na $\Delta\,\alpha$. Wzór 25 jest bardzo skomplikowany i nie

nadaje się do przeprowadzenia szczegółowej dyskusji, tembardziej miałoby to miejsce z wzorem na $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$.

Wobec powyższego w celu otrzymania wzoru możliwie prostego w użyciu zamiast posiłkować się wzorem 25, uskuteczniono szereg przeliczeń dla różnych σ i $\frac{h}{D}$, aby mieć możność szukane zależności przedstawić wykreślnie. Rezultaty obliczeń podają tablice, których się tu nie załącza.

Na rys. 6 przedstawiono σ^1 (wzór 17) w zależności od $\frac{h}{D}$ zgodnie z rezultatami obliczeń ujętych w te tablice, przy różnych σ dla $\frac{r}{s} = 5 \left(\text{czyli dla } \frac{s}{r} = \frac{1}{5}\right)$,

Krzywa odpowiadająca $\sigma = 100$ *kg/cm* na tym rysunku daje się w dość szerokich granicach, a mianowicie od $\frac{h}{D} = 0{,}05$ do $\frac{h}{D} = 0{,}3$ wyrazić bardzo dokładnie prostem równaniem

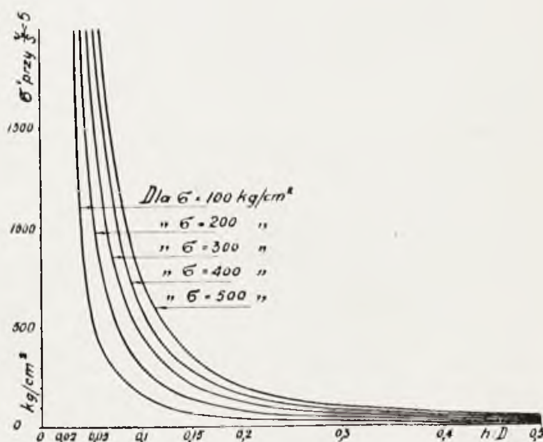
$$\sigma^1 = \frac{1{,}5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2{,}5 \text{ [1]} \quad . \; . \; . \; . \quad (26)$$

[1]) Wzór ten z mniejszą dokładnością nadaje się również i do większych rozpiętości $\frac{h}{D}$; a mianowicie od $\frac{h}{D} = 0{,}02$ do $\frac{h}{D} = 0{,}5$ dając odchylenia od wielkości obliczonej w tablicy w obydwu skrajnych punktach na rzecz pewności obliczenia, a mianowicie przy $\frac{h}{D} = 0{,}02 \; \frac{3752{,}5 - 3246}{3246} \cdot 100 = +15{,}5\%$ i przy $\frac{h}{D} = 0{,}5 \; \frac{8{,}5 - 8}{8} \cdot 100 = +6{,}25\%$.

Poniżej załączona tabliczka Nr. 1 podaje odchylenia wielkości otrzymywanych z wzoru 26 od obliczonych (wykres rys. 6 krzywa $0 = 100$ *kg./cm²*).

Tabela Nr. 1

$\frac{h}{D}$	W Według wzoru 26	0 Według bezpośredniego obliczenia	$W - 0$ Różnica	$100 \frac{W-0}{0}$
0,05	602,5	614,6	— 12,1	— 1,97 %
0,1	152,5	150	2,5	+ 1,66 %
0,15	69,16	69,8	— 0,64	— 0,915%
0,2	40	40	0	± 0 %
0,3	19,6	19,7	— 0,1	— 0,5 %



Rys. 6

Zauważmy, co wyraźnie uwidocznione jest na wykresie rys. 6, iż naprężenia σ' przy określonej wielkości $\frac{h}{D}$ zmieniają się nieomal zupełnie proporcjonalnie do σ, wobec czego ponieważ wzór 26 daje σ^1 przy

$$\frac{s}{r} = \frac{1}{5} \text{ dla } \sigma = 100 \; kg/cm^2,$$

to wyrażenie dla σ^1, uwzględniające jakiekolwiek σ przy jakiemkolwiek $\frac{s}{r}$ będzie ostatecznie

$$\sigma^1 = \sigma \frac{s}{100 . r} \left[\frac{7{,}5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 12{,}5 \right] \quad . \quad (27)$$

Ponieważ $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$ to σ, wyrazi się następującym wzorem

$$\sigma_1 = \sigma \left| 1 + 0,05 \frac{s}{r} \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5 \right] \right| \quad (28)$$

Warunek wytrzymałoś iowy według hipotezy wytężenia „energji odkształcenia postaciowego“ zgodnie z równaniem 23 da nam ostatecznie następujący wzór do obliczania, w którym wymiary s, r, h, D wyrażone są w *cm*, a naprężenie w kg/cm^2

$$W = 0,9\,\sigma \left| 1 + 0,05 \frac{s}{r} \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5 \right] \right| < k \quad (29)$$

Przykład.

Naczynie rys. 1 pracujące przy ciśnieniu 5 *atn* o średnicy $D = 100$ *cm* posiada denko talerzowe, wykonane z blachy kotłowej o następujących wymiarach:

$D = 100$ *cm*, $R = 120$ *cm*, $s = 2$ *cm*, $r = 11$ *cm*.

Sprawdzić czy wytrzymałość denka jest wystarczająca.

Rozwiązanie:

Mamy bezpośrednio dodatkowe

$$\sigma = \frac{pR}{2s} = 150 \; kg/cm^2 \text{ i}$$

$$h = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} \; 10,913$$

Podstawiając do wzoru 29 dane, otrzymujemy

$$W = 0,9 . 150 \left[1 + 0,01 \left(\frac{1,5}{0,10913^2} + 2,5 \right) \right] =$$

$$= 308,7 \; kg/cm^2$$

które jest znacznie mniejsze od k przyjmowanego za dopuszczalne.

Uwagi:

we wzorze 17 $\sigma^1 = E \frac{\Delta \alpha}{\alpha} . \frac{s}{2r}$ tkwi założenie upraszczające obliczenie, iż naprężenia w zginanem wygięciu denka rozkładają się linjowo a nie hiperbolicznie jak pokazano na rys. 5. Obliczenie przy takiem założeniu nieznacznie odbiega od rzeczywistości tylko przy małym stosunku $\frac{s}{r}$; już przy $\frac{r}{s} = 5$ czyli $\frac{s}{r} = \frac{1}{5}$ skrajne naprężenia, obliczone w ten sposób nie różnią się więcej jak o 8% od skrajnych naprężeń, które daje dość uciążliwe prawidłowe obliczenie.

Zwróćmy uwagę na tę okoliczność, iż obliczając uważane za niebezpieczne miejsce A, rys. 2, w którem naprężenie rozciągające σ^1 dodaje się do naprężenia rozciągającego σ, korzystanie z uproszczonego wzoru zmierza w kierunku zapewnienia większego bezpieczeństwa, gdyż od strony wypukłej (t. j. od wewnątrz naczynia) σ^1 według uproszczonego sposobu obliczenia jest większe niż w rzeczywistości Od strony wklęsłej (od zewnątrz naczynia) w miejscu, którego nie obliczamy, naprężenie σ^1 (ściskające) odejmuje się od naprężenia σ rozciągającego. W tem miejscu σ^1 według uproszczonego sposobu obliczenia jest mniejsze od rzeczywistego. Chodzi więc o to, aby przy niekorzystnem ustosunkowaniu się wielkości $\frac{r}{s}$, σ, $(-\sigma^1)$ absolutna wartość wielkości $-(\sigma^1 - \sigma)$ nie była większa od wielkości σ_1 otrzymanej z wzoru 28 dla żelaza i od 1,5 tej wartości dla stali lanej. Żelazu kotłowemu, bowiem, przypisujemy jednakowe dopuszczalne naprężenia w przypadku rozciągania i ściskania, stali zaś lanej przy omawianym sposobie obciążenia dla ściskania o 50% większe niż dla rozciągania.

Ogólnie oznaczając przez p procent σ^1, który należy dodać do obliczonego σ^1 (z wzoru 27), aby otrzymać wielkość absolutną ciśnienia od strony wklęsłej, otrzymujemy

$$W = 0,9 \left| - \left(\sigma^1 + \frac{p\,\sigma^1}{100} \right) + \sigma \right| < k \quad (29a^1)$$

w którym σ^1 należy brać z wzoru 27, a p %% z wzoru

$$p = \frac{25,34}{\left(\frac{r}{s}\right)^2} + \frac{27,86}{\left(\frac{r}{s}\right)} + 0,3 \quad . \quad (30^2)$$

Konieczność takiego sprawdzania nie będzie jednak prawdopodobnie zachodziła w znormalizowanych denkach, używanych w praktyce.

---

[1]) i [2]) Wzory 29a i 30, które w niniejszem streszczeniu podane są bez umotywowania, zostały w referacie wyprowadzone przez autora.

Inż. Z. KLĘBOWSKI.

PRZYBLIŻONE OBLICZENIE ŻELIWNEGO DENKA TALERZOWEGO[1])

Przyjmujemy dla żeliwa i danego rodzaju obciążenia następujące dopuszczalne naprężenia: na rozciąganie $k_z = 200\ kg/cm^2$, na ściskanie $k = 600\ kg/cm^2$, na zginanie — przy uproszczonem obliczeniu, jak gdyby żeliwo podlegało prawu Hooke'a — $k_b = 1{,}73 \,.\, k_z = \sim 350\ kg/cm^2$.

W granicach tych dopuszczalnych naprężeń przyjmujemy przeciętnie w przybliżeniu: przy rozciąganiu $E_1 = 860000\ kg/cm^2$ [2]), przy ściskaniu $E_2 = 870000\ kg/cm^2$ [3]), średnio $E = \frac{E_1 + E_2}{2} = 865000\ kg/cm^2$, $\mu = 0{,}2$[4])

$$\left(G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{865000}{2{,}4} = 360000\ kg/cm^2\right).$$

Gdyby sferyczna część denka należała do naczynia całkowitego kulistego, to mielibyśmy w każdym jego punkcie w jakimkolwiek płaskim przekroju przechodzącym przez środek kuli naprężenie rozciągające:

$$\sigma = \frac{p\,R}{2\,s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Jednostkowe wydłużenie tworzącej w wierzchołku dna jest zatem równe:

$$\frac{\Delta_1 l}{l} = \frac{i}{E}(\sigma - \mu\,\sigma) = \frac{1}{865000} \,.\, 0{,}8\,\sigma =$$

$$= \frac{1}{1081250} \,.\, \sigma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

W punktach na obrzeżu (w pobliżu kołnierza) w kierunku tworzącej panuje również przeciętne naprężenie (południkowe)

$$\sigma = \frac{p\,R}{2\,s}.$$

Naprężenie zaś obwodowe dzięki nieobecności odkształceń obwodowych równe jest

$$\mu\,\sigma = \mu\,\frac{p\,R}{2\,s}.$$

Jednostkowe wydłużenie tworzącej na obrzeżu dna będzie więc równe:

$$\frac{\Delta_2 l}{l} = \frac{1}{E}[\sigma - \mu\,(\mu\,\sigma)] = \frac{1}{865000} \,.\, 0{,}96\,\sigma =$$

$$= \frac{1}{901042} \,.\, \sigma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Przyjmując jako przeciętne odkształcenie jednostkowe wzdłuż całego łuku tworzącej średnią arytmetyczną z dwóch poprzednich wielkości

$$\frac{\Delta\,l}{l} = \frac{\Delta_1 l + \Delta_2 l}{2\,l}$$

otrzymujemy

$$\frac{\Delta\,l}{l} = \frac{1}{983000}\,\sigma = \frac{1}{983000} \,.\, \frac{p\,R}{2\,s} \quad \ldots \quad (4)$$

Całkowita długość łuku l odpowiadająca części sferycznej przed odkształceniem zamieni się wówczas po odkształceniu na l_1

$$l_1 = \left(1 + \frac{\Delta\,l}{l}\right) l = l + \frac{l}{983000}\,\sigma \quad \ldots \quad (5)$$

gdzie

$$\left(\sigma = \frac{p\,R}{2\,s}\right).$$

---

[1]) Artykuł ten jest skrótem dłuższego referatu autora. Porównać artykuł autora: „Przybliżone obliczenie denka talerzowego wykonanego z blachy kotłowej lub ze stali lanej" zamieszczony powyżej.
W artykule niniejszym użyto tych samych co tam oznaczeń.

[2]) i [3]) Bach - Baumann. Elastizität und Festigkeit — 9 wydanie 1924 r. na str. 35 podaje:

$$= \frac{\sigma^{1{,}083}}{1338000} \text{ dla rozciągania i } = \frac{\sigma^{1{,}035}}{1043000} \text{ dla}$$

ściskania. Wartości jakie przybierają E_1 i E_2 przy $\sigma = 200\ kg/cm^2$ będziemy uważali jako stałe w granicach dopuszczalnych naprężeń.

[4]) Tak podaje na str. 2 i innych praca Berechnung gewölbter Böden. Dr. Ing. Huldr. Keller 1922 r.

Przy obliczeniu naprężenia pochodzącego od zginania na obrzeżu sferycznej części dna weźmiemy pod uwagę zmniejszenie kąta (180 — α) pomiędzy płaskim kołnierzem i styczną do tworzącej w miejscu gdzie się zaczyna zaokrąglenie, względnie zwiększenie kąta α pomiędzy skrajnemi promieniami r przy zaokrągleniu przejścia od sferycznej do płaskiej części dna. Zmiany w kątach powstaną dzięki odkształceniu denka wskutek zwiększenia się długości l (łuku podwójnej tworzącej. Mając na uwadze, iż zależność pomiędzy wymiarami h, l i D odcinka powierzchni kulistej wyraża się równością

$$h^1 = 0{,}25 \sqrt{3\,(l^2 - D^2)} \quad . \ . \ . \ . \quad (6)$$

przyjmujemy iż część sferyczna denka przyjmie po odkształceniu postać odcinka sferycznego o charakterystykach h^1 l_1 R_1 i D wobec czego

$$h^1 = 0{,}25 \sqrt{3\,(l_1^2 - D^2)} \quad . \quad (6a)$$

Uproszczenie to wpływa na zwiększenie pewności obliczenia.

Określając l_1 ze wzoru 5 i podstawiając do wzoru 6a otrzymujemy

$$h^1 = 0{,}25 \sqrt{3 \left[\left(l + \frac{\sigma}{982000} l \right)^2 - D^2 \right]} \quad . \ (7)$$

Bacząc na to, iż R, h i D związane są równością

$$R = \frac{h}{2} + \frac{D^2}{8h} \quad . \ . \ . \ . \quad (8)$$

mamy bezpośrednio:

$$R_1 = \frac{h^1}{2} + \frac{D^2}{8h^1} \quad . \ . \ . \ . \quad (8a)$$

a ponieważ kąt α, który jest jednocześnie połową kąta (2α) odpowiadającego całkowitej długości l łuku o promieniu R wypukłej części dna, wyraża się w stopniach w przybliżeniu równością

$$\alpha = \frac{l}{0{,}034906\,R} \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (9)$$

to po odkształceniu kąt ten zamieni się na

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{0{,}034906\,R_1} \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (9a)$$

Zwiększenie się kąta $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha$ wywołuje powstanie dodatkowych napięć od zginania. Oznaczając odpowiednie naprężenia rozciągające od zginania w tem miejscu, któremu przypisujemy największy wysiłek (wytężenie) — przez σ^1 i uwzględniając analogiczne uproszczenia jakich dokonano we wzorach 16, 16a i 17 w cytowanym w odnośniku artykule autora: „Przybliżone obliczenie denka talerzowego, wykonanego z blachy kotłowej lub ze stali lanej“ otrzymujemy:

$$\sigma^1 = E \, . \, \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \, . \, \frac{s}{2r} \quad . \ . \quad (10)$$

Całkowite naprężenie południkowe w tem miejscu jest: $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$ . . . . . (11)
Mamy ponadto w rozpatrywanym punkcie naprężenie obwodowe $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1$ . . . . . (12)
Naprężenie ścinające, panujące w przekroju denka przy obrzeżu i posiadające średnią wartość $\tau = \frac{pD}{4s}$ tak się w przekroju rozkłada, iż w warstwach skrajnych ma ono wartość równą zeru, rosnąc ku środkowi, wobec czego nie będziemy go brać pod uwagę. Za podstawę więc do obliczania żeliwnego denka talerzowego będziemy brali σ_1 i σ_2 (wzór 11 i 12).

Co się tyczy hipotezy wysiłku (wytężenia) na której oprzemy obliczenie i wyprowadzenie ostatecznego wzoru, to należy wyjaśnić, iż hipoteza energji odkształcenia postaciowego niema dla żeliwa zastosowania, gdyż jest ona jak wykazały badania laboratoryjne najodpowiedniejsza z dotychczas istniejących hipotez, tylko dla metali ujawniających wyraźną granicę plastyczności. Tej własności nie posiada żeliwo. Z istniejących oddawna hipotez wysiłku (wytężenia) żadna nie odpowiada wystarczająco doświadczeniom. To też dla żeliwa zwykle stosowana jest obecnie również jak dawniej najstarsza hipoteza wysiłku (wytężenia) zwana hipotezą największego naprężenia normalnego, czyli w naszym przypadku warunek wytrzymałościowy wyraziłoby (zgodnie z wzorem 11) równanie $\sigma_1 < k$ . . . . (13)

W ostatnich czasach czynione są usiłowania nad stworzeniem ogólnej hipotezy wysiłku, nadającej się nietylko dla takich materjałów jak metale plastyczne, lecz również dla innych materjałów. Dr. inż. Włodzimierz Burzyński [1]) podaje taką ogólną hipotezę

[1]) Doktorska praca: „Studjum nad hipotezami wytężenia“. Lwów 1928 r. Nakład Akademji Nauk Technicznych.

zwaną „hipotezą zmiennej krańcowej energji odkształcenia objętościowo-postaciowego“ wyrażającą się ogólnie dla jakichkolwiek obranych kierunków osi x, y, z prostokątnego układu spółrzędnych równością:

$$\sigma^2_x + \sigma^2_y + \sigma^2_z - 2_v (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) +$$
$$+ 2 (1 + v) (\tau^2_{xy} + \tau^2_{yz} + \tau^2_{zx}) +$$
$$+ (k_c - k_r) (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = k_c k_r \; . \quad (14)$$

Równość ta dla osi x, y, z obranych w kierunkach naprężeń głównych σ_1 σ_2 σ_3 przyjmuje następującą postać:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 v (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) +$$
$$+ (k_c - k_r) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = k_c k_r \quad . \quad (15)$$

W równościach 14 i 15 k_r, k_c i k_s oznacza naprężenie: przy zwykłem rozciąganiu, zwykłem ściskaniu i zwykłem skręcaniu (czystem ścinaniu) w materjale, będącym na granicy niebezpiecznej kolejno pod wpływem jednego, któregokolwiek z tych naprężeń, a

$$v = \frac{k_c \, k_r}{2 k^2_s} - 1$$

Dla metali plastycznych jak żelazo i stal mamy $k_r = k_c = k$ i $k_s = 0{,}57 \, k \sim = \frac{k}{\sqrt{3}}$

wobec czego

$$v = \frac{1}{2}$$

a równość przekształci się jak następuje:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1 = k^2$$

Równość ta jak wiadomo wyraża hipotezę energji odkształcenia postaciowego, której uogólnieniem ma być wyrażona wzorem 15 „hipoteza zmiennej krańcowej energji odkształcenia objętościowo-postaciowego“. Uważamy za właściwe przypomnieć na tem miejscu, iż dla takich materjałów jak żelazo i stal pod granicą niebezpieczną rozumie się granicę plastyczności, a dla materjałów kruchych jak żeliwo za granicę niebezpieczną przyjmujemy granicę wytrzymałości (doraźną wytrzymałość). Dla dwuwymiarowego stanu napięcia (σ_1 i $\sigma_2 = \mu \, \sigma_1$) równość 15 uprości się w sposób następujący:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \, v \, \sigma_1 \sigma_2 + (k_c - k_r)$$
$$(\sigma_1 + \sigma_2) = k_c \, k_r \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

i wreszcie

$$(1 + \mu^2 - 2 \, v \, \mu) \, \sigma_1^2 + (k_c - k_r)$$
$$(1 + \mu) \, \sigma_1 = k_c \, k_r \; . \; . \; . \; . \quad (16a)$$

które [dla żeliwa o następujących charakterystykach: $k_r = 1250$ kg/cm^2 — doraźna wytrzymałość na rozerwanie, $k_c = 7500$ kg/cm^2 — doraźna wytrzymałość na ściskanie, $k_s = 1500$ kg/cm^2 — doraźna wytrzymałość na skręcanie (czyste ścinanie), $\mu = 0{,}2$, po uwzględnieniu, iż: $v = 1{,}08$, $k_c - k_r = 6250$, $k_c \, . \, k_r = 9375000$] — daje ostatecznie następujące równanie 2 go stopnia

$$0{,}608 \, \sigma_1^2 + 7500 \, \sigma_1 - 9375000 = 0 \quad . \quad (16b)$$

Pierwiastki tego równania mają następujące wartości: $\sigma_1 = + 1144$ kg/cm^2 i $\sigma_1 = - 13479$ kg/cm^2. Oznaczają one w naszym przypadku jednakowego znaku przy σ_1 i $\sigma_2 = \mu \, \sigma_1$ iż dla żeliwa, któremu przypisujemy wyżej wyszczególnione własności, materjał na obrzeżu denka talerzowego przy rozciąganiu ($\sigma_1 > 0$) znajduje się na granicy niebezpiecznej już przy naprężeniu $\sigma_1 = 1144$ kg/cm^2, to jest o

$$\frac{1250 - 1144}{1250} = \sim 8{,}5\%$$

mniejszem od doraźnej wytrzymałości na rozciąganie, a przy ściskaniu ($\sigma_1 < 0$) dopiero przy $\sigma_1 = - 13479$ kg/cm^2, to jest o

$$\frac{13479 - 7600}{7500} = \sim 80\%$$

większem od doraźnej wytrzymałości na ściskanie. W rozważanem więc przez nas zagadnieniu mielibyśmy na obrzeżu w wygięciu promieniem r (według omawianej hipotezy) warunek znajdowania się materjału na granicy niebezpiecznej od strony wypukłej (od wewnątrz naczynia) o ile rzeczywiście istniejące rozciągające naprężenie południkowe byłoby równe 1144 kg/cm^2 a od strony wklęsłej (od zewnątrz naczynia) o ile rzeczywiście istniejące południkowe naprężenie ściskające, będące różnicą naprężenia zginającego (—) i rozciągającego (+), byłoby innym razem równe 13479 kg/cm^2. Jeżeli ze względu na to, iż mamy w skrajnych włóknach od wewnętrznej strony naczynia naprężenia rozciągające, pochodzące głównie od zginania przyjmujemy chwilowo dla przykładu jako dopuszczalne $k_z = 350$ (zamiast 200), to tem samem przyjmujemy według hipotezy największego naprężenia rozciągającego pewność

czyli stopień bezpieczeństwa przeciw osiągnięciu niebezpiecznej granicy (rozerwanie)

$$x = \frac{1250}{350} = 3{,}57 \simeq 3{,}6.$$

Jeżeli jednak nowa ogólna hipoteza wysiłku (wytężenia), mająca się stosować do żeliwa podaje jak to otrzymaliśmy wyżej, iż w przyjętym przez nas stanie napięcia już przy $\sigma_1 = 1144\ kg/cm^2$ materjał osiąga niebezpieczną granicę (rozerwania), to przyjmując $k_z = 350\ kg/cm^2$ mamy według nowej hipotezy pewność x wynoszącą mniej, a mianowicie: $x = \frac{1144}{350}\ 3{,}27 \cong 3{,}3$. To też, stosując nową ogólną hipotezę wysiłku zamiast starej przy tej samej pewności x jesteśmy (gdyby wogóle można było „mierzyć ostrożność a w szczególności gdyby można ją było mierzyć liczbą x), o

$$100\ \frac{3{,}57 - 3{,}27}{3{,}57} =$$

$$= 100\ \frac{0{,}3}{3{,}57} = 8{,}4\%$$ „ostrożniejsi".

Powołując się na tę okoliczność, zastosujemy w rozpatrywanym przez nas przypadku nową hipotezę wysiłku bez obawy przed — mogącym mieć miejsce — zarzutem stosowania do obliczeń praktycznych zbyt nowei i jeszcze zamało wypróbowanej hipotezy. To też zamiast wzoru 13 mamy: $\sigma_1 = 0{,}916\ k_z$, czyli w przybliżeniu

$$1{,}1 \cdot \sigma_1 = k_z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

(k_z oznacza dopuszczalne naprężenie na zginanie).

Obliczając σ^1 wzorem przybliżonym (10) uważane za niebezpieczne miejsce denka przy obrzeżu od wewnątrz naczynia, w którem naprężenie rozciągające σ' dodaje się do naprężenia σ, zmierzamy w kierunku zapewnienia większego bezpieczeństwa. Od strony wklęsłej (od zewnątrz naczynia) σ (dodatnie) odejmuje się od ujemnego σ'. Aczkolwiek w tem miejscu, pochodzące od zginania σ' (ściskanie) otrzymane według uproszczonego wzoru (10) jest mniejsze od rzeczywistego, to wobec znacznej wytrzymałości żeliwa na ściskanie (do 6 razy większej niż na rozciąganie), a tembardziej wobec zwiększenia w naszym przypadku, zgodnie z nową ogólną hipotezą granicy niebezpiecznej na ściskanie o ∞ 80% nie potrzeba sprawdzać wysiłku (wytężenia) materjału od strony wklęsłej wygięcia, to jest od zewnątrz naczynia nawet przy najbardziej niekorzystnem ustosunkowaniu się wielkości $\frac{r}{s}$, σ, ($-\ \sigma'$). Nie trudno bowiem zauważyć, iż najbardziej niekorzystne warunki byłyby przy $\sigma = 0$ i bardzo małym stosunku $\frac{r}{s}$ gdyby w tych warunkach mogło istnieć naprężenie ($-\ \sigma'$), różne od zera. Nawet wówczas, jeżeli przyjmiemy $\frac{r}{s} = 1$ i jeżeli nie będziemy brać pod uwagę naprężenia σ odejmującego się od ($-\ \sigma'$), wartość absolutna rzeczywistego naprężenia ściskającego w skrajnych włóknach przy obrzeżu od zewnątrz naczynia będzie zaledwie w przybliżeniu o 53,5%[1]) większa od wartości absolutnej rozciągającego naprężenia od wewnątrz naczynia, obliczonego wzorem (10), co wobec większej wytrzymałości na ściskanie o kilkaset % od wytrzymałości na rozciąganie, praktycznie nie może budzić obawy niebezpieczeństwa, grożącego włóknom od strony wklęsłej.

W celu otrzymania wzoru obliczeniowego możliwie dogodnego w użyciu zgodnego z równaniem 17, w którymby $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$ było wyrażone w sposób możliwie prosty przez wielkości: $D\ h\ s\ p$, uskuteczniono szereg przeliczeń dla różnych $\frac{h}{D}$, których tu nie podajemy. Dla $\sigma = 10 kg/cm^2$ i $\frac{r}{s} = 5$ wartość dla σ' w kg/cm^3 daje się określić bardzo dokładnie, odnośnie do powyższych założeń, w dość szerokich granicach, a mianowicie od $\frac{h}{D} = 0{,}05$ do $\frac{h}{D} = 0{,}3$ następującym wzorem:

$$\sigma^1 = \frac{1{,}65}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 3 \quad \ldots \quad (18)$$

[1]) Patrz str. 245. Kurs wytrzymałości materjałów. Timoszenko-Huber 1922 r.

Załączona tabliczka podaje odchylenia wartości, otrzymanych ze wzoru 18, od obliczonych bezpośrednio.

$\frac{h}{D}$	W Według wzoru (24)	O Według bezpośredniego obliczenia	$W-O$ Różnica	$100\frac{W-O}{0}$
0,05	663	665,03449	— 2,03449	— 0,31
0,1	168	168,6577	— 0,6577	— 0,39
0,15	76,33	77,3128	— 0,9828	— 1,27
0,2	44,25	45,012	— 0,7512	— 1,66
0,3	21,333	21,37	— 0,037	— 0,173

Wzór 18 z mniejszą dokładnością nadaje się również i do większych rozpiętości

$\frac{h}{D}$, a mianowicie

od $\frac{h}{D} = 0,02$ do $\frac{h}{D} = 0,5$, dając odchylenia

od wartości obliczonych w tablicy w obydwu skrajnych punktach na rzecz pewności obliczenia, a mianowicie przy

$$\frac{h}{D} = 0,02 \; \frac{4126 - 3863,3495}{3863,3495} \, . \, 100 = + 6,8\%$$

i przy

$$\frac{h}{D} = 0,5 \; \frac{9,6 - 8,795}{8,795} \, . \, 100 = + 9,16\%.$$

Zważywszy na to, iż σ^1 jest proporcjonalne do wielkości $\frac{s}{r}$ i σ_1 wyrazimy σ^1 przy jakichkolwiek $\frac{s}{r}$ i σ równaniem:

$$\sigma^1 = \frac{5}{100} \cdot \frac{s}{r} \cdot \sigma \left[\frac{1,65}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 3 \right] \quad . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Ponieważ $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$ (wzór 11) to 0 wyrazi się:

$$\sigma_1 = \sigma \left\{ 1 + 0,05 \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,65}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 3 \right] \right\} \quad . \; . \; . \quad (20)$$

Warunek wytrzymałościowy według nowej hipotezy wysiłku (wytężenia), a mianowicie według „hipotezy zmiennej krańcowej energji odkształcenia objętościowo-postaciowego" zgodnie z równością 17 wyrazi się ostatecznie:

$$W = 1,1 \, . \, \sigma \left\{ 1 + 0,05 \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,65}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 3 \right] \right\} = k \qquad (21)$$

Uwaga. Odnośnie dopuszczalnego naprężenia k, należy zaznaczyć co następuje: wobec tego, iż σ_1 składa się z naprężenia powstałego od rozciągania σ dla którego $k_z \leq 200$ i z naprężenia powstałego od zginania σ^1 dla którego przyjmuje się zwykle $k_b \leq 350$, to dopuszczalnemu naprężeniu k możnaby nadawać wartość $200 < k < 350$ w każdym przypadku inną w zależności od stosunku $\frac{\sigma}{\sigma^1}$ tak

naprzykład przy $\frac{\sigma}{\sigma^1} = 1$ jako k możnaby przyjąć

$$\frac{200 + 350}{2} = 275.$$

Wobec tego jednak, iż 1) przy przyjętych przez nas uproszczeniach rzeczywiste naprężenia σ^1 są zawsze mniejsze od obliczanych; 2) przy $\frac{r}{s} > 5$ jak to widać z tablic (tu nie załączonych) mamy zawsze $\frac{\sigma^1}{\sigma} > 1,5$; 3) przy $\frac{r}{s} < 5$ wzrasta w dalszym ciągu na korzyść pewności wytrzymałościowej różnica naprężenia od zginania: obliczonego i rzeczywistego, proponuje się dla uproszczenia obliczenia przyjęcie stałego $k = 300 \; kg/cm^2$. Wobec czego wzór 21 przyjmie ostateczną postać

$$\boxed{1,1 \, . \, \sigma \left\{ 1 + 0,05 \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,65}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 3 \right] \right\} \leq 300} \qquad (21a)$$

w której naprężenia i ciśnienia są wyrażone w kg/cm^2 a wymiary w cm.

Wzory 19, 21 i 21a mogą służyć do obliczenia zwykłego, o stałej grubości, żeliwnego denka talerzowego, którego obydwie po-

wierzchnie są powierzchniami obrotowemi, lecz nie uwzględnia żadnych zaburzeń w ciągłości naprężeń, jakie powoduje obecność wszelkich nadlewów. Nadlewy takie, w których panują zwykle zmniejszone napięcia, wywołują spiętrzenie napięć w bezpośredniem swem sąsiedztwie. W szczególności zachodzi to w miejscach, gdzie materjał doznaje dużych odkształceń. Z tych też względów najniekorzystniej na rozkład napięć wpływają nadlewy w miejscu przejścia od części sferycznej do płaskiej, a najmniejsze mają one znaczenie w środku denka. To też przy zachodzącej potrzebie połączenia z denkiem rury, zaleca się wykonywanie odpowiedniego, symetrycznego względem osi nadlewu w wierzchołku dna lub też w przypadku rur małych średnic, wkręcanie ich w otwory wykonane w bocznej krawędzi kołnierza, któremu w tym celu należy zgóry nadać większy wymiar stałej grubości.

Przykład.

Naczynie zbudowane dla pracy przy ciśnieniu 7,5 *atn* o średnicy $D = 90$ *cm*, posiada denko talerzowe żeliwne o następujących wymiarach:

$D = 90$ *cm*, $R = 100$ *cm*, $s = 3$ *cm*, $r = 15$ *cm*.

Sprawdzić, czy wytrzywałość denka jest wystarczająca.

Rozwiązanie:

Mamy bezpośrednio dodatkowo

$$\sigma = \frac{pR}{2s} = 125 \; kg/cm^2 \quad \text{i} \quad h = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} = 100 - \sqrt{10000 - 2025} = 100 - 89 = 11 \; cm.$$

Podstawiając te wartości do lewej strony wzoru 27a, otrzymujemy

$$W = 1{,}1 \; . \; 125 \left[1 + 0{,}05 \; \frac{1}{5} \left(\frac{1{,}65}{0{,}1223^2} + 3\right)\right] = 293 \; kg/cm^2,$$

a więc wysiłek materjału znajduje się w granicach dopuszczalnego $k \leq 300 \; kg/cm^2$. Wytrzymałość denka będzie więc wystarczająca z zastrzeżeniem, iż próbne ciśnienie nie będzie zbyt wysokie.

Inż. Z. KLĘBOWSKI.

WZÓR DO OBLICZANIA MIEDZIANEGO DENKA TALERZOWEGO[1])

W niniejszem rozważaniu ma się na myśli wyłącznie kulisto-wypukłe denko miedziane o stałej grubości w części kulistej, z obrzeżem łagodnie przechodzącem w płaski kołnierz tak umocowany, iż przy odkształcaniu się denka niema ani zmiany średnicy obrzeża denka ani też nie zachodzi odginanie kołnierza.

Stosując te same oznaczenia i upraszczające założenia jak w obliczeniu denka talerzowego z żelaznej blachy kotłowej, oraz przyjmując dia blachy i odlewów miedzianych średnio:

$$E = 1070000$$

$$\mu = 0{,}34,$$

otrzymujemy taką drogą jak dla denka z żelaznej blachy kotłowej

$$\sigma^1 = E \; . \; \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \; . \; \frac{S}{2r} \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Całkowite (główne) naprężenie południkowe w tem miejscu równe jest:

$$\sigma_1 = \sigma + \sigma^1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Prócz tego panuje tam drugie główne naprężenie — obwodowe:

$$\sigma_2 = \mu \; \sigma_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Warunek wytrzymałościowy według hipotezy energji odkształcenia postaciowego dla dwu-

[1]) Porównać dwa poprzednie artykuły tegoż autora.

wymiarowego stanu napięcia, określonego naprężeniami głównemi wyraża się równością:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = k^2 \quad . \quad . \quad , \quad (4)$$

czyli ostatecznie przy $\mu = 0,34$

$$0,7756 \sigma_1^2 = k^2$$

albo

$$\sqrt{0,7756}\, \sigma_1 = k$$

i ostatecznie

$$0,88 \quad \sigma_1 = k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

W celu otrzymania wzoru obliczeniowego możliwie dogodnego w użyciu, zgodnego z równaniem 5, w którem

$$\sigma_1 = \sigma + \sigma^1 \quad \text{a} \quad \sigma = \frac{pR}{2s}$$

uskuteczniono szereg przeliczeń dla wartości σ^1 ujętych w tablice, których się tu nie załącza.

Dla $\sigma = 100\ kg/cm^2$ i $\frac{r}{s} = 5$ wartość dla σ^1 w kg/cm^2 daje się określić bardzo dokładnie, odnośnie do naszych, wyżej wspomnianych założeń w wystarczająco szerokich granicach, a mianowicie od $\frac{h}{D} = 0,05$ do $\frac{h}{D} = 0,3$ następującym wzorem

$$\sigma^1 = \frac{1,45}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Tabela 1 podaje odchylenia wartości, otrzymanych ze wzoru 6 od obliczonych bezpośrednio

Tab. 1

$\frac{h}{D}$	W Według wzoru 15	O Według bezpośredn. obliczenia	$W - O$ Różnica	$100 . \frac{W-O}{O}$
0,05	582,4	593	— 4,6	— 0,776
0,1	147,4	146	+ 1,4	+ 0,959
0,15	66,9	67	— 0,1	— 0,149
0,2	38,65	39	— 0,35	— 0,898
0,3	18,51	18,68	— 0,17	— 0,91

Wzór (6) z mniejszą dokładnością nadaje się również do większych rozpiętości $\frac{h}{D}$, a mianowicie od $\frac{h}{D} = 0,02$ do $\frac{h}{D} = 0,5$ dając odchylenia od wartości obliczonych w tablicy w obydwu skrajnych punktach na rzecz pewności obliczenia, a mianowicie przy

$$\frac{h}{D} = 0,02 \quad \frac{3627,4 - 3339,857}{3339,857} \cdot 100 = +8,62\%$$

$$\text{i przy} \quad \frac{h}{D} = 0,5 \quad \frac{8,2 - 7,828}{7,728} \cdot 100 = +6,12\%.$$

Zważywszy na to, iż σ^1 jest proporcjonalne do wielkości $\frac{s}{r}$ i σ a w dokonanych obliczeniach przyjmowano $\frac{s}{r} = \frac{1}{5}$ i $\sigma = 100\ kg/cm^2$, możemy wyrazić σ^1 przy jakichkolwiek $\frac{s}{r}$ i σ następującem równaniem

$$\sigma^1 = \frac{5}{100} \cdot \frac{s}{r} \cdot \sigma \left[\frac{1,45}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,4 \right] \quad . \quad . \quad (7)$$

Ponieważ $\sigma_1 = \sigma + \sigma^1$ (wzór 2), to dla σ_1 mamy następujące wyrażenie:

$$\sigma_1 = \sigma \left\{ 1 + 0,05 \frac{s}{r} \left[\frac{1,45}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,4 \right] \right\} \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę wzór 5 wyrazimy zgodnie z hipotezą wysiłku „energji odkształcenia postaciowego“, warunek wytrzymałościowy ostatecznie:

$$W = 0,88\, \sigma \left\{ 1 + 0,05 \frac{s}{r} \left[\frac{1,45}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,4 \right] \right\} \leqq k \quad (9)$$

We wzorze tym naprężenia i ciśnienia są wyrażone w kg/cm^2, a wymiary w cm przyczem k należy przyjmować $k = 350 - 400\ kg/cm^2$.

Przykład.

Naczynie zbudowane dla pracy przy ciśnieniu 7 *at* o średnicy $D = 90$ *cm*, posiada denko talerzowe tłoczone z blachy miedzianej o następujących wymiarach: $D = 90$ *cm*, $R = 100$ *cm*, $s = 2$ *cm*, $r = 10$ *cm*, sprawdzić, czy wytrzymałość denka jest wystarczająca.

Rozwiązanie.

Otrzymujemy dodatkowo bezpośrednio

$$\sigma = \frac{pR}{2s} = \frac{7 \cdot 100}{2 \cdot 2} = 165 \; kg/cm^2$$

$$\text{i } h = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} = 11 \; cm$$

Podstawiając te wartości do lewej strony wzoru 9 otrzymujemy

$$W = 0{,}88 \cdot 165 \left[1 + 0{,}05 \frac{1}{5}\left(\frac{1{,}45}{0{,}1223} + 2{,}4\right)\right] =$$

$$= 290 \; kg/cm^2,$$

a więc wysiłek materjału przy normalnem ciśnieniu $p = 7$ *at* znajduje się w granicach dopuszczalnych $k = 350$ kg/cm^2.

Przy bardzo małym promieniu r w stosunku do grubości s należy zgniatanie zewnętrznych włókien (od strony wklęsłej) sprawdzać jak w przypadku żelaza kotłowego lub stalowego odlewu przy pomocy analogicznego wzoru, mianowicie:

$$W = 0{,}88 \left[-\left((\sigma^1 + \frac{p\,\sigma^1}{100}\right) + \sigma\right] \leqslant k \text{ (na ściskanie)} \quad (10)$$

gdzie

$$p = \frac{25{,}34}{\left(\frac{r}{s}\right)^2} + \frac{27{,}86}{\frac{r}{s}} + 0{,}3 \quad . \quad (11)$$

Próba wyprowadzenia ogólnego wzoru, nadającego się do przybliżonego obliczenia denka talerzowego z jakiegokolwiek materjału.

W wierzchołku denka przyjmowaliśmy jednostkowe wydłużenie tworzącej

$$\frac{\Delta_1 1}{1} = \frac{(1 - \mu)}{E} \sigma = \frac{1}{A} \sigma \quad . \quad . \quad (12)$$

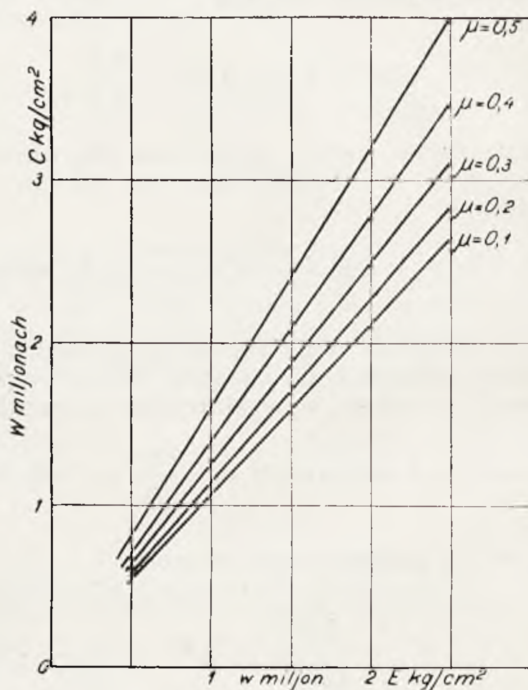
Jednostkowe wydłużenie tworzącej przy obrzeżu przyjmowaliśmy

$$\frac{\Delta_2 1}{1} = \frac{(i - \mu^2)}{E} \cdot \sigma = \frac{1}{B} \sigma \quad . \quad . \quad (13)$$

Jako przeciętne wydłużenie tworzącej wzdłuż całego łuku przyjmowaliśmy średnią arytmetyczną z dwóch poprzednich wielkości:

$$\frac{\Delta 1}{1} = \frac{\Delta_1 1 + \Delta_2}{2l} =$$

$$= \frac{(1-\mu) + (1-\mu^2)}{2 \cdot E} \sigma = \frac{1}{C} \sigma \quad (14)$$



Rys. 1

Wykres rys. 1 podaje przejrzyście zależności C od E i μ.

Wykres 1 pozwala na określenie stosunku $\frac{C}{E}$ w funkcji μ.

Zależność taką przedstawia wykres na rys. 2.

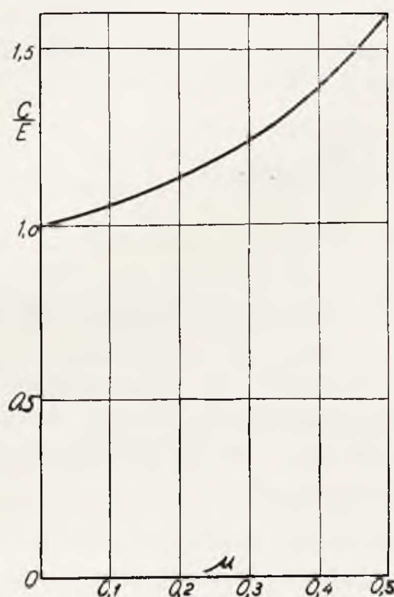
Krzywa ta wyraża się równaniem

$$\frac{C}{E} = \frac{2}{2 - \mu - \mu^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Mamy więc:

$$C = \frac{2}{2 - \mu - \mu^2} E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15a)$$

Okazuje się z wykonanych przeliczeń, iż przy każdej wartości $\frac{h}{D}$ przy jakiejkolwiek przyjętej wartości σ stosunek $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ dla którychkolwiek dwóch z trzech wymienionych materjałów: (żelazo, żeliwo, miedź)—jest stały.



Rys. 2

Zupełnie dokładne obliczenie $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ dla $\frac{h}{D} = 0{,}5$ (odpowiednie stosunki dla $\frac{h}{D}$ jakiegokolwiek są stałe) daje tabl. 2.

Tabela 2.

	C	$\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$	$\frac{\alpha}{\Delta\alpha}$	$\frac{\alpha}{\Delta\alpha}$ Jeżeli przyjąć dla żelaza $\frac{\alpha}{\Delta\alpha} = 1$
dla żelaza . .	2500000	0,000040	25000	1
„ miedzi . .	1385000	0,000072233	13900	0,556
„ żeliwa . .	983000	0,00010169	9840	0,394
dla materjału fikcyjnego ($E = 0$)	0	∞	0	0,000

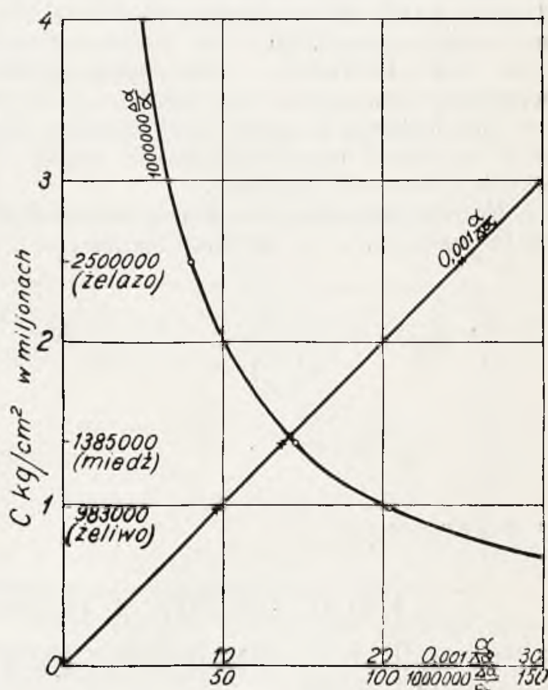
Jak się okazuje w prostokątnym układzie spółrządnych : C i $\frac{\alpha}{\Delta\alpha}$ odpowiednie punkty leżą na linji prostej rys. 3. Posiłkując się nią wykreślono na rys. hiperbolę jako funkcję:

$$f\left(C, \frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right).$$

Na zasadzie powyższych danych wyjaśniających zależność $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ bezpośrednio, a więc pośrednio i σ^1 od własności sprężystych materjału (E i μ), możemy przeprowadzić następujące rozumowanie:

Jak ustalono na innem miejscu, dla żelaza mamy

$$\sigma^1 = \frac{5}{100} \cdot \frac{s}{r} \cdot \sigma \left[\frac{1{,}5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2{,}5\right] \quad . \; . \; . \; . \quad 16$$



Rys. 3

Zważywszy na to, iż (wzór 1) σ^1 jest proporcjonalne do

$$E \text{ i } \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \text{ a } \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \text{ (wykres rys. 3)}$$

jest odwrotnie proporcjonalne do C i że dla żelaza przyjęto $C = 2500000$ i $E = 2000000$, otrzymamy wzór na σ^1 dla jakiegokolwiek materjału, uwzględniający właściwe dla tego materjału wielkości C i E mnożąc prawą stro-

nę równania 25 przez $\frac{2500000}{C}$ i $\frac{E}{2000000}$ czyli przez wielkość oderwaną:

$$\frac{1,25\,E}{C} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Jednak wiemy (wykres 2 i równanie 15a), iż C daje się wyrazić przez E i μ wzorem

$C = \left(\frac{2}{2-\mu-\mu^2}\right) E$, wobec czego wielkość (17),

przez którą należy pomnożyć prawą stronę równania 16 przyjmie postać

$$B = \frac{1,25\,(2-\mu-\mu^2)}{2} = 0,635\,(2-\mu-\mu^2) \quad (17a)$$

Wstawiając do wyrażenia 17a zamiast μ jego wartości dla żelaza 0,3, dla miedzi 0,34 dla żeliwa 0,2 otrzymujemy dla żelaza $B = 1$ dla miedzi $B = 0,965$, dla żeliwa $B = 1,1$ a po uwzględnieniu tych spółczynników i wprowadzeniu uproszczeń otrzymujemy wzory σ^1 dla każdego z trzech przypadków, zgodnie z wzorami wyprowadzonemi każdy niezależnie jeden od drugiego.

Napiszemy więc dla jakiegokolwiek materjału wzór na σ^1 w ogólnej formie

$$\sigma^1 = B \, . \, \frac{5}{100} \, . \, \frac{s}{r} \, . \, \sigma \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5\right] \quad \ldots \quad (16a)$$

a

$$\sigma_1 = \left\{1 + B \, . \, 0,05 \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5\right]\right\} \quad (18)$$

We wzorach tych $B = 0,625 \, . \, (2-\mu-\mu^2)$.

B jest niezależne od modułu sprężystości E.

Ostatecznie wytężenie materjału wyrazi się (wzór 2 i 9) równaniem

$$W = A \, . \, \sigma \left\{1 + 0,05 \, . \, B \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5\right]\right\} \leq k \quad (19)$$

w którym dla metali plastycznych jak żelazo i miedź $A = \sqrt{1+\mu^2} - \mu$ a dla żeliwa o przeciętnych własnościach $A = 1,1$; B zaś zgodnie ze wzorem 16a i 18 dla każdego metalu $B = 0,625\,(2-\mu-\mu^2)$.

Przyjmując w przybliżeniu $A = 1$ i $B = 1$ dla jakiegokolwiek materjału (metalu) otrzymujemy ostatecznie ogólny wzór

$$W = \sigma \left\{1 + 0,05 \, \frac{s}{r} \left[\frac{1,5}{\left(\frac{h}{D}\right)^2} + 2,5\right]\right\} \leq k \quad . \quad (19a)$$

Inż. Z. KLĘBOWSKI.

OBLICZANIE CIENKOŚCIENNYCH NACZYŃ OSŁABIONYCH OTWORAMI[1])

Dla cienkościennego naczynia kształtu powierzchni obrotowej o stałej grubości ścianki, poddanego działaniu stałego wewnętrznego ciśnienia, mamy dla elementu ścianki równanie równowagi

$$\frac{\sigma_1}{r} + \frac{\sigma_2}{R} = \frac{p}{g} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

R — promień krzywizny tworzącej w *cm*

r — promień krzywizny przekroju uskutecznionego płaszczyzną prostopadłą do tworzącej w *cm*

g — stała grubość ścianki naczynia w *cm*

p — stałe wewnętrzne ciśnienie w kg/cm^2

σ_1 i σ_2 naprężenia w kg/cm^2 skierowane według stycznej do równoleżnika (σ_1) i do tworzącej (σ_2).

[1]) Artykuł niniejszy jest skrótem dłuższego referatu autora pod tytułem: „Wpływ okrągłych otworów na wytrzymałość cienkościennych naczyń według hipotezy energji postaciowej (w zastosowaniu do kotłów parowych i naczyń pod ciśnieniem)".

Dla naczynia nieosłabionego otworami w ścianach mamy

$$\sigma_1 = \frac{p\,r}{2g}\left(2 - \frac{r}{R}\right) \text{ i } \sigma_2 = \frac{p\,r}{2g} \quad . \quad . \quad (2)$$

Jeżeli rozpatrzymy prostokątny element płaski, którego jedna para krawędzi znajduje się pod kątem α do tworzącej i panujące na tych krawędziach naprężenie normalne oznaczymy przez σ_x a panujące na pozostałej parze przez σ_y to otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \tfrac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\tfrac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\alpha \\ \sigma_y &= \tfrac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)-\tfrac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\alpha \\ \tau &= \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tfrac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\sin 2\alpha \end{aligned}\right| \quad (3)$$

Jeżeli na kierunku krawędzi, gdzie panuje naprężenie σ_x znajdują się otwory, dające względne osłabienie z_1, a na kierunku krawędzi gdzie panuje naprężenie σ_y znajdują się otwory, powodujące osłabienie z_2, to zamiast grupy równań 3 po dojściu do równowagi sił działających na element mamy następującą grupę równań

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{z_1}\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}+\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cos 2\alpha\right) \\ \sigma_y &= \frac{1}{z_2}\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}-\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cos 2\alpha\right) \\ \tau &= \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{z}\left(\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\sin 2\alpha\right); \\ &\text{gdzie } z = \frac{2\,z_1,z_2}{z_1+z_2} \end{aligned}\right| \quad (4)$$

Warunek wytrzymałościowy według hipotezy energji postaciowej dla dwuwymiarowego stanu napięcia przy stopniu pewności n wyraża się

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\,\sigma_y + 3\tau^2 = k^2 \quad . \quad . \quad (5)$$

gdzie

$$k = \frac{K\,p}{n}$$

jest mniejsze od granicy plastyczności.

Uwzględniając w równości *(5)* wyrażenia *(2)* i *(4)*, otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{z_1}\left[\frac{pr}{4g}\left(3-\frac{r}{R}\right)+\frac{pr}{4g}\left(1-\frac{r}{R}\right)\cos 2\alpha\right] \\ \sigma_y &= \frac{1}{z_2}\left[\frac{pr}{4g}\left(3-\frac{r}{R}\right)-\frac{pr}{4g}\left(1-\frac{r}{R}\right)\cos 2\alpha\right] \\ \tau &= \frac{1}{z}\left[\frac{pr}{4g}\left(1-\frac{r}{R}\right).\sin 2\alpha\right]; \text{gdzie } z = \frac{2z_1\,z_2}{z_1+z_2} \end{aligned}\right| \quad (6)$$

Podstawiając do równości *(5)* wartości naprężeń σ_x, σ_y, τ, określone równościami *(6)*, otrzymujemy warunek wytrzymałościowy naczynia w punkcie przecięcia się osi dwóch par otworów pod kątem nieznacznie odbiegającym od prostego, a mianowicie:

$$\left(\frac{pr}{4g}\right)^2 \cdot \left(1-\frac{r}{R}\right)^2 \frac{1}{z_1^2\,z_2^2}\left[\left(\frac{3\,R-r}{R-r}\right)^2 (z_1^2+z_2^2-z_1\,z_2) + 2\,.\,\frac{3R-r}{R-r}\,.\cos 2\alpha\,(z_2^2-z_1^2) + \cos^2 2\alpha\,(z_1^2+z_2^2+z_1\,z_2) + \frac{3}{4}\sin^2 2\alpha\,(z_1^2+z_2^2+2z_1\,z_2)\right] = k^2 \quad . \quad (7)$$

We wzorze tym α oznacza kąt, jaki tworzy w rozpatrywanym punkcie z przekrojem południkowym płaski, normalny do powierzchni przekrój uskuteczniony przez środki dwóch otworów, powodujących osłabienie przekroju z_1, przyczem $z_1 < z_2$. Zastępując w równaniu 7 wyrażenie

$$z_1^2 + z_2^2 + 2\,z_1\,z_2 \text{ przez } \frac{3}{4}(z_1^2+z_2^2+z_1\,z_2)$$

otrzymujemy zamiast równości *(7)* znacznie prostszą, a mianowicie:

$$\boxed{\left(\frac{pr}{2g}\right)^2 \cdot \left(\frac{R-r}{2Rz_1\,z_2}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{3\,R-r}{R-r}\right)^2 .(z_1^2+z_2^2-z_1\,z_2)+2\,.\,\frac{3\,R-r}{R-r}\,.\,(z_2^2-z_1^2)\cos 2\alpha+(z_1^2+z_2^2+z_1\,z_2)\right] = k^2} \quad (8)$$

Wzór *(8)* jest ogólny dla cienkościennego naczynia o kształcie jakiejkolwiek powierzchni obrotowej, której tworząca posiada krzywiznę zmieniającą się w sposób ciągły.

Jak — we wspomnianym na początku referacie — wykazano, takie uproszczenie nie pociąga za sobą nieznaczny, nie mający praktycznego znaczenia, błąd na korzyść wytrzymałości i dla cylindrycznej powierzchni nie przekracza nigdy + 0,65%.

Dla praktyki mogą mieć znaczenie następujące powierzchnie: 1) kulista, 2) stożkowa, a nadewszystko 3) cylindryczna.

1. *Powierzchnia kulista.* $R = r$ Wzór 8 przybiera postać.

$$\left(\frac{pR}{2g}\right)^2 \frac{z_1^2 + z_2^2 - z_1\,z_2}{z_1^2\,z_2^2} = k^2 \quad . \quad (9)$$

Dla jedynego rzędu otworów $z_1 = z$, $z_2 = 1$ mamy

$$\left(\frac{pR}{2g}\right)^2 \frac{z^2 + 1 - z}{z^2} = k^2 \qquad (9a)$$

Wreszcie przy pełnej blasze $z_1 = z_2 = 1$ otrzymujemy

$$\frac{pR}{2g} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9b)$$

2. *Powierzchnia stożka obrotowego* (o kącie wierzchołkowym 2β). $R = \infty$, $r = l\, tg\,\beta$, gdzie l jest odległością rozpatrywanego punktu od wierzchołka stożka.

$$\left(\frac{p.\,l.\,tg\,\beta}{2g}\right)^2; \frac{1}{4z_1^2\, z_2^2} [10(z_1^2 + z_2^2) -$$

$$- 8z_1\, z_2 + 6(z_2^2 - z_1^2) \cos 2\alpha] = k^2 \qquad (10)$$

Dla jedynego szeregu otworów $z_1 = z$, $z_2 = 1$ otrzymujemy

$$\left(\frac{p.l.\,tg\,\beta}{2g}\right)^2 \frac{1}{4z^2} [10\,(z_1^2 + 1) - 8z +$$

$$+ 6(1 - z^2) \cos 2\alpha] = k^2 \quad . \qquad (10a)$$

Wreszcie przy pełnej blasze $z_1 = z_2 = 1$ otrzymujemy

$$\frac{p.l.tg\,\beta}{1{,}15.g} = k \quad . \quad . \quad . \qquad (10b)$$

3. *Powierzchnia cylindra obrotowego.* Przypadek płaszcza walczaka kotła.

$$R = \infty,\ r = \frac{D}{2}$$

$$\left(\frac{pD}{2g}\right)^2 . \frac{1}{16z_1^2\, z_2^2} [10\,[z_1^2\, z_2^2) - 8(z_1\, z_2) +$$

$$+ 6(z_2^2 - z_1^2) \cos 2\alpha] = k^2 \quad . \qquad (11)$$

Dla jedynego szeregu otworów $z_1 = z$, $z_2 = 1$ mamy

$$\left(\frac{pD}{2g}\right)^2 \frac{1}{16z^2} [10\,(z^2 + 1) - 8z +$$

$$+ 6(1 - z^2) \cos 2\alpha] = k^2 \quad . \qquad (11a)$$

wreszcie dla pełnej blachy $z_1 = z_2 = 1$ otrzymujemy

$$\frac{pD}{2,\, 3.g} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11b)$$

We wszystkich wyżej przytoczonych wzorach ciśnienie p i naprężenie dopuszczalne k są wyrażone w kg/cm^2. Jeżeli wyrazimy k w kg/mm^2. Pozostawiając p wyrażone w kg/cm^2 i wymiary D i s w jakichkolwiek lecz jednakowych, jak dotychczas jednostkach, to lewe strony powyższych wzorów należy podzielić przez 100. Wtedy naprzykład wzory 9a, 10a i 11a przyjmą postać:

$$\frac{pR}{200\,g} = k; \quad \frac{p.l.tg\,\beta}{115\,g} = k; \quad \frac{pD}{230\,g} = k$$

Jeżeli odnośnie wzoru 11 określimy ponadto g, to otrzymamy postać wzoru dogodną do obliczenia, a mianowicie

$$g = \frac{pDx}{200\ K} . \frac{1}{2z_1\, z_2} .$$

$$. \sqrt{2{,}5(z_1^2 + z_2^2) - 2z_1\, z_2 + 1{,}5\,(z_2^2 - z^2) \cos 2\alpha} \quad (12)$$

Uwagi: 1) wzór 12 dotyczy obliczenia mostka charakteryzowanego kątem α i osłabieniem z_1 w punkcie przecięcia się z odcinkiem t_1 odcinka t_2, odpowiadającego osłabieniu z_2 (gdzie t_1 i t_2 są odległościami środków odnośnych otworów).

2) Niezależnie od osłabienia tego punktu, należy przy małych kątach α sprawdzić również inne punkty na tym samym mostku, a mianowicie te punkty dla których $z_2 = 1$. Jak to bowiem wykazano w referacie dla małych kątów α, a mianowicie pomiędzy 0^0 i 20^0, wysiłek może być nieco większy w punkcie, gdzie $z_2 = 1$ niż w punkcie w którym $z_2 < 1$ przy tej samej wartości z_1.

3) Jeżeli linja prostopadła do odcinka t_1 (o charakterystykach α i z_1), przesuwając się od jednego otworu do drugiego (w których środki łączy odcinek t_1) nie przetnie w żadnem swem położeniu jednocześnie dwóch innych otworów, to wówczas przyjmujemy: a) raz $z_2 = 1$ i b) drugi raz z_2 odpowiadającce odcinkowi t_2, przecinającemu odcinek t_1 pod kątem różnym od 90^0, o ile ma to miejsce i przyjmujemy przypadek a) lub b) w zależności od tego który z nich wymaga większej grubości blachy.

Inż. Z. Klębowski.

OBLICZENIE PŁASZCZA GRUBOŚCIENNEGO WALCZAKA, OSŁABIONEGO OTWORAMI[1])

W płaszczu grubościennego walczaka kotła, w punkcie dostatecznie odległym od dennic, panują następujące naprężenia główne w funkcji promienia ρ, określającego miejsce rozpatrywanego punktu w wymiarze grubości ścianki pomiędzy wewnętrznym i zewnętrznym promieniami przekroju o długości a i b

$$\sigma_1 = p \cdot \frac{a^2 (b^2 + \rho^2)}{\rho^2 (b^2 - a^2)} = p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2}\right) \text{ naprężenie obwodowe}$$

$$\sigma_2 = \frac{a^2}{b^2 - a^2} \text{ naprężenie osiowe} \qquad (1)$$

$$\sigma_3 = - p \cdot \frac{a^2 (b^2 + \rho^2)}{\rho^2 (b^2 - a^2)} = p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2}\right) \text{ naprężenie radjalne}$$

Wchodzące w te równości wielkości wyrażone są w *cm* i kg/cm^2. Jak wykazano w referacie, największy wysiłek materjału ma miejsce dla punktów na wewnętrznej powierzchni ściany walczaka, to jest przy $\rho = a$. Dla tych punktów naprężenia główne wyrażają się:

$$\sigma_1 = p \cdot \frac{b^2 + a^2}{b^1 - a^2}; \quad \sigma_2 = p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2}; \quad \sigma_3 = - p \qquad (2)$$

Jeżeli teraz układ spółrzędnych obierzemy tak, iż oś z będzie skierowana radjalnie (ku osi cylindra), a oś y i x będą czyniły z tworzącą po kolei kąty α i $+ 90^0$ i jeżeli ponadto na kierunkach osi y i osi x będziemy mieli ołabienia z_1 i z_2, to w punkcie znajdującym się pomiędzy parą otworów, powodującą osłabienie z_1 i jednocześnie pomiędzy drugą parą otworów, wywołującą osłabienie z_2, będą panowały następujące naprężenia:

$$\sigma_x = \frac{1}{2z_1} \cdot p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(2 + \frac{b^2}{a^2}\right) + \frac{1}{2z_1} \cdot p \cdot \frac{b^2}{b^2 - a^2} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2z_2} \cdot p \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(2 + \frac{b^2}{a^2}\right) - \frac{1}{2z_2} \cdot p \cdot \frac{b^2}{b^2 - a^2} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\sigma_z = - p \qquad (3)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{2 \cdot z} \cdot p \cdot \frac{b^2}{b^2 - a^2} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = 0; \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0;$$

$$\left(\text{gdzie } z = \frac{2 z_1 z_2}{z_1 + z_2}\right)$$

Hipoteza energji odkształcenia postaciowego w ogólnej postaci wyraża się równością

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_z \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3 (\tau^2_{xy} + \tau^2_{yz} + \tau^2_{zx}) = k^2 \qquad (4)$$

gdzie $k = \frac{K p}{x}$ oznacza dopuszczalne naprężenie mniejsze od naprężenia na granicy plastyczności.

Podstawiając składowe napięcia wyrażone wzorami (3) do równości (4) otrzymujemy

$$\frac{1}{z_1^2 z_2^2} \cdot \frac{p^2 b^4}{(b^2 - a^2)^2} \left[\left(\frac{a^4}{b^4} + \frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{4}\right) (z_2^2 + z_1^2 - z_1 z_2) + \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{2}\right) (z_2^2 - z_1^2) \cos 2\alpha + \frac{1}{4} (z_2^2 + z_1^2 + z_1 z_2) \cos^2 2\alpha + \right.$$

---

[1]) Artykuł niniejszy jest skrótem dłuższego referatu autora p t.: „Obliczenie płaszcza walczaka kotła na wysokie ciśnienie“.
(Porównać artykuł autora: „Obliczenie cienkościennych naczyń osłabionych otworami“ podany wyżej).

$$+\frac{3}{16}(z_1^2+z_2^2+2\,z_1\,z_2)\sin^2 2\,\alpha +$$

$$+\left(-\frac{a^4}{b^4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{b^2}+\frac{1}{2}\right)(z_1\,z_2^2+z_2\,z_1^2)+$$

$$+\left(-\frac{a^2}{b^2}+\frac{1}{2}\right)(z_1\,z_2^2-z_2\,z_1^2)\cos 2\,\alpha+$$

$$+\left(\frac{a^4}{b^4}-2\cdot\frac{a^2}{b^2}+1\right)z_1^2\,z_2^2\Big]=k \qquad (5)$$

Uwzględnienie we wzorze (5), iż mamy z dość dużą dokładnością

$$(z_1^2+z_2^2+2\,z_1\,z_2)=\frac{4}{3}(z_1^2+z_2^2+z_1\,z_2),$$

upraszczamy go nieco, a mianowicie otrzymujemy

$$\frac{1}{z_1^2\,z_2^2}\cdot\frac{p^2\,b^4}{(b^2-a^2)^2}\Big[(z_2^2+z_1^2)\left(\frac{a^4}{b^4}+\frac{a^2}{b^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\right)+(z_2^2-z_1^2)\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{1}{2}\right)\cos 2\,\alpha-$$

$$-z_1\,z_2\left(\frac{a^4}{b^4}+\frac{a^2}{b^2}\right)+(z_1\,z_2^2+z_2\,z_1^2)\left(-\frac{a^4}{b^4}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{b^2}+\frac{1}{2}\right)+(z_1\,z_2^2-z_2\,z_1^2)\left(-\frac{a^2}{b^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\right)\cos 2\,\alpha+z_1^2\,z_2^2\left(-\frac{a^2}{b^2}+1\right)^2\Big]=k \qquad (6)$$

Wzór 6 w porównaniu z wzorem *(5)* nie daje różnic, mogących mieć praktyczne znaczenie.

Dalsze uproszczenia równości *(5)*, względnie *(6)*, szczegółowo omówione w referacie, prowadzą o ile wyrazić k w kg/cm^2 do wzoru następującego

$$\frac{p}{1-\frac{a^2}{b^2}}\cdot\frac{0{,}01}{z_1\,z_2}\cdot\sqrt{\left(1{,}5\,\frac{a^2}{b^2}+1\right)(z_1^2+z_2^2)-\left(\frac{a^4}{b^4}+\frac{a^2}{b^2}\right)z_1\,z_2+1{,}5\,.\,(z_2^2-z_1^2)\cos 2\,\alpha}=k \quad \ldots\ldots (7)$$

Pan Profesor M. T. Huber w ocenie swej dla Dyrekcji Stow. Doz. Kotłów w Warszawie z dnia 20.X. 1931 r. odnośnego referatu autora, zaproponował następujące przekształcenie wzoru 7, które nie zmienia otrzymywanych wartości:

$$\frac{p}{\frac{b^2}{a^2}-1}\cdot\frac{b}{a}\cdot\frac{0{,}01}{z_1\,z_2}\cdot\sqrt{\left(1{,}5+\frac{b^2}{a^2}\right)(z_1^2+z_2^2)-\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)z_1\,z_2+1{,}5\,.\,(z_2^2-z_1^2)\cos 2\,\alpha}=k \quad .\ .\ (7a)$$

Ponieważ postać omawianego wzoru 7a unikająca potęg wyższych od drugiej jest znacznie prostszą od postaci 7, a tem samem będzie łatwiejsza w użyciu, przeto zatrzymujemy się ostatecznie na wzorze 7a.

Jak wykazano w referacie uproszczony wzór 7 nie daje nigdzie odchyłków na niekorzyść pewności większych niż — 2,135%

$$\left(\text{przy } \frac{z_2}{z_1}=1 \text{ i } \frac{a}{b}=0{,}8\right).$$

Na korzyść zaś pewności odchyłki wynoszą wszędzie mniej niż 10% za wyjątkiem kąta $\alpha = 90^0$, przy którym dla $\frac{a}{b}=0{,}8$ przy $\frac{z_2}{z_1}=1{,}8$ otrzymano + 10,45% i przy $\frac{z_2}{z_1}=2$ otrzymano + 13,675%.

Odnośnie $k=\frac{K}{x}$ należy zauważyć, iż przy średniej temperaturze ścianki kotła $\geqslant 300^0$ C, wielkość K winna odpowiadać wytrzymałości trwałej (granicy pełzania), a nie granicy plastyczności.

Końcowe uwagi odnośnie osłabienia z_2 przy małym kącie α oraz w przypadku przecinania się osi dwóch par osłabień pod kątem znacznie różniącym się od kąta prostego podane na zakończenie w artykule: „Obliczenie cienkościennych naczyń osłabionych otworami", stosują się również i do obliczania grubościennego płaszcza.

Łatwo zauważyć, iż w przypadku cienkościennego płaszcza walczaka, uwzględniając we wzorze 7 względnie 7a

$$b \cong a \cong \frac{D}{2} \quad .$$

$$\left(a \text{ więc } b^2 = \frac{D^2}{4}, \; b + a = D\right.$$

oraz

$$\left. b - a = g \text{ i } \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^4}{b^4} = 1\right)$$

otrzymujemy wzór wyprowadzony w poprzednim artykule i oznaczony numerem porządkowym *(12)* do obliczania cienkościennego walczaka, a mianowicie

$$g = \frac{p \, . \, D \, . \, x}{200 \, . \, K} \cdot \frac{1}{2 \, z_1 \, z_2} \, .$$

$$\sqrt{2{,}5\,(z_1^2 + z_2^2) - 2\, z_1 z_2 + 1{,}5\,(z_2^2 - z_1^2)\cos 2\alpha}$$

Inż. Z. KLĘBOWSKI.

KRYTYKA SPOSOBÓW UWZGLĘDNIENIA WPŁYWU OTWORÓW NA WYTRZYMAŁOŚĆ NACZYŃ POD CIŚNIENIEM [1])

1. Cienkościenne naczynie.

Nieznane są autorowi prace, któreby ujmowały ogólnie zagadnienie wpływu okrągłych otworów na wytrzymałość cienkościennych naczyń. Publikacyj takich zdaje się dotychczas nie było. To też wzór 7 względnie jego uproszczenie — wzór 8 w artykule (I) jest prawdopodobnie pierwszym krokiem w tym kierunku, dającym konkretne propozycje obliczenia w ogólnym przypadku powłoki kształtu powierzchni obrotowej, osłabionej siecią okrągłych otworów, o rozmieszczeniu używanem w praktyce, to jest takiem, przy którem osie dwóch par otworów, odpowiadających osłabieniu z_1 i z_2 przecinają się pod kątem nieznacznie różniącym się od prostego. Natomiast na temat wpływu okrągłych otworów w cienkościennym płaszczu walczaka na jego wytrzymałość znajdujemy publikacje już z przed dwudziestu laty.

A. Najwcześniejsze ze znanych autorowi rozważań w tej dziedzinie podaje Zeitschrift für Dampfkessel und Maschinenbetrieb w dłuższym artykule: „Diagonale Nietverbindungen und Rohrlochreihen", bez podania nazwiska autora, powołującym się natomiast na publikację: „Hartford Steam Boiler Inspection and Insurance Co" [2]).

[1]) Porównać artykuły autora: „Obliczenie cienkościennych naczyń osłabionych otworami" (I), oraz „Obliczenie płaszcza grubościennego walczaka osłabionego otworami" (II).

[2]) Zeitschrift für Dampfkessel und Maschinenbetrieb. Berlin 1909. 29. I., Nr. 5, str. 47—52 i 5. II, Nr. 6, str. 59 — 60.

B. W kilkanaście lat później Dr. Inż. W. Otte z Essen publikuje w Die Wärme artykuł pod tytułem „Der Schwächungskoeffizient für schräge Lochreihen bei zylindrischen Kesseln mit innerem Überdruck [1]).

Praca, na którą się powołuje artykuł (A) przypada prawdopobnie na początek zainteresowania się zagadnieniem uwzględnienia wpływu otworów na wytrzymałość płaszcza walczaka. Artykuł (*B*) przedstawia nieco inną formę praktycznego posiłkowania się opisaną metodą w artykule (*A*), zamieniając przytem

tablicę, podającą wartości $\varphi = \dfrac{2}{\cos^2 + 1}$ dla

różnych α, równie dogodnym w użyciu wykresem, podającym potrzebne do obliczenia spółczynniki w zależności od α w sposób ciągły. Obydwie prace (*A*) i (*B*) biorą pod uwagę tylko naprężenie normalne (rozciągające) panujące w ukośnym przekroju, uskutecznionym przez środki dwu sąsiednich otworów.

C. Zasadniczo różną od poprzednio wspomnianych jest metoda podana przez Katowickie Stow. Doz. Kotłów Parowych w sprawozdaniu z działalności w 1928 r. na str. 37 — 38 i oznaczona jako sposób 1. Sposób tam podany prócz naprężenia rozciągającego w ukośnym prze-

[1]) Die Wärme 1923. 6. VII. Nr. 27, str. 291—2.

kroju, osłabionym otworami, uwzględnia również panujące w nim naprężenie styczne, odnajdując wartość największego naprężenia głównego.

Pozostałe znane autorowi sposoby odnośnego obliczenia jako to sposób 2 i sposób 3, podane w cytowanem sprawozdaniu Stow. Doz. Kotłów w Katowicach, jak również w *Technice Cieplnej* (Nr. 11 z dn. 25 XI. 1929 r., str. 209 — 211) jedynie co do formy różnią się mniej lub więcej od traktowania sprawy w artykule *A*.

Przechodząc do krytyki sposobu (*A*), względnie (*B*) i *C*, zwróćmy uwagę na to, że przyjęty sposób uwzględnienia ukośnego rzędu otworów, nachylonego pod kątem α do tworzącej, powinien się opierać na tych samych zasadach, na jakich obliczamy rząd podłużny ($\alpha = 0$). Zachodzi więc teraz pytanie, na jakiej zasadzie, to jest według jakiej hipotezy obliczamy dotychczas płaszcz walczaka kotła.

Ogólnie istnieje mniemanie, iż obliczenie to opiera się na hipotezie największego naprężenia normalnego. Kiedy wprowadzano powszechnie do obliczeń wytrzymałościowych hipotezę największego wydłużenia, to jednak do obliczenia kotłów wyjątkowo nie wprowadzano jej. Utrwalenie się i przetrwanie dotychczas sposobu obliczenia kotłów według najstarszej hipotezy największego naprężenia normalnego, oraz niedotknięcie go przez hipotezę największego wydłużenia zawdzięcza się prawdopodobnie tej okoliczności, że w przypadkach płaszcza i dna walczaka kotła, traktowanych jako zagadnienia dwuwymiarowego stanu napięcia, najstarsza hipoteza-największego naprężenia normalnego w danym punkcie (lecz nie przekroju) — daje wyniki jednakowe z nowszą, dość zgodną z doświadczeniem hipotezą (Guest'a) — największego odkształcenia postaciowego (ścinającego), — która już wcześniej od hipotezy największego wydłużenia była znana w nieco innem wysłowieniu pod nazwą hip. Coulomba, będącej z nią jednoznaczną dla materjałów używanych do budowy kotłów. To też tylko analiza historycznego rozwoju wpływów i poglądów na sprawę, które w rezultacie sprawiły, iż dotychczas tak jak dawniej obliczamy kotły, może zadecydować, czy pomimo wszystko ze względu na intencję, kotły są obecnie obliczane nie według hipotezy największego naprężenia lecz według hipotezy największego odkształcenia postaciowego dającej jednakowe z pierwszą rezultaty.

Sposób *A* (względnie *B*) nie jest niczem usprawiedliwiony; wielkość, którą się tam przyjmuje do obliczenia (naprężenie normalne w przekroju) nie jest największem naprężeniem normalnem panującem w danym punkcie. Błąd pierwszego autora tego sposobu obliczenia i następnie wszystkich, którzy za nim poszli, polega na nieoględności określenia wielkości, o którą nam chodzi (największe naprężenie normalne) ze względu na przekrój w którym materjał jest osłabiony. Należało natomiast brać pod uwagę nie sam przekrój, lecz punkt leżący w osłabionym przekroju, określając dlań największe naprężenie normalne, które ma taki kierunek, jaki jest dlań właściwy w zależności od kąta α a nie taki jaki mu próbują niejako nadać autorowi wspomnianych artykułów.

Sposób (*C*) Katowickiego Stow. Doz. Kotłów, określając w rozpatrywanym punkcie największe naprężenie główne w funkcji naprężenia normalnego i naprężenia ścinającego w danym przekroju, nie troszcząc się o kierunek największego naprężenia głównego w danym punkie jest zupełnie konsekwentny odnośnie dotychczasowego obliczania płaszcza nieosłabionego otworami, jakoteż osłabionego w rzędach poprzecznych i podłużnych. Sposób (*C*) jest konsekwentny bez względu na to, czy historycznie ustalimy że płaszcze walczaków kotłów są przez nas obecnie obliczane na zasadzie hipotezy największego naprężenia rozciągającego, czy też — największego odkształcenia ścinającego.

Jednak obydwie wspomniane tu hipotezy uznane już zostały jako ujmujące te zjawiska w sposób niewystarczający. Żaden z wyszczególnionych sposobów nie uwzględnia wszystkich towarzyszących okoliczności jak naprzykład wpływu na wysiłek materjału otworów w szeregach przecinających rozpatrywaną podziałkę. Wszechstronne ujęcie zjawiska wysiłku może być dokonane jedynie na zasadzie hipotezy, biorącej pod uwagę całokształt napięć w rozpatrywanym punkcie, a więc 6 składowych napięcia: σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}, w ogólnym stanie napięcia lub 3 składowe σ_x, σ_y, τ_{xy} w dwuwymiarowym stanie napięcia (płaskim). Hipoteza taka winna opierać obliczenie na funkcji naprężeń, która jest niezależna od kierunków rozpatrywanych naprężeń.

Hipotezą odpowiadającą tym wymaganiom i sprawdzającą się bardzo dokładnie dla materjałów używanych do budowy kotłów jak stal walcowana (żelazo kotłowe) i miedź jest „hipoteza energji odkształcenia postaciowego". Według tej hipotezy płaszcz walczaka bez osłabienia należy obliczać nie wzorem

$$\frac{p\,D}{200\,g} \leqslant k, \text{ lecz wzorem } \frac{p\,.\,D}{230\,g} \leqslant k.$$

Zdaje się iż autor niniejszego pierwszy podjął krytykę sposobu obliczenia *A* (względnie *B*) w *Technice Cieplnej* (Wpływ okrągłych otworów na wytrzymałość walczaków kotłów parowych *T. C.* Nr. 1 z dnia 25. I. 1931 r.)

proponując, oparty na zasadzie — dającej zgodne z doświadczenia rezultaty — hipotezy, przybliżony sposób obliczenia wystarczający dla codziennej praktyki, poparty opinją P. Prof. M. T. Hubera, umieszczoną w tym samym numerze *T. C.* Rozpatrując mianowicie dla płaszcza wzór 12 w cytowanym na początku artykule (I) autora widzimy, iż przy $\alpha = 0$ mamy warunki ze względu na kąt α najgorsze, to samo ma miejsce ze względu na osłabienie otworami, jeżeli przy $\alpha = 0$ przyjąc $z_1 = 1$ (przy $z_1 < z_2$). To też przyjmując dla codziennej praktyki wzór $\frac{p\,D}{230\,g\,z} \leqslant k$ lub

$g = \frac{p\,D\,x}{230\,g\,z} \leqslant k$ lub $g = \frac{p\,D\,x}{230\,K\,z}$ w którym

pod $z = \frac{t-d}{t}$ rozumiemy największe osłabienie mostka jakkolwiek nachylonego do tworzącej, popełniamy zawsze błąd na korzyść pewności. We wzorze tym $k = \frac{K_{pl}}{x_{pl}}$ gdzie $x_{pl} = 2$ lub nawet 1,9. Artykuł autora (I) prócz obliczenia miejsca w płaszczu walczaka osłabionego otworami, (wzór 12) podaje również sposób obliczania (wzór 8) jakiegokolwiek cienkościennego naczynia o kształcie powierzchni obrotowej, w miejscu leżącem pomiędzy dwiema parami okrągłych otworów, znajdujących się na prostych tworzących z sobą wzajemnie kąt nieznacznie odbiegający od prostego, jak to ma miejsce w praktycznych zastosowaniach.

2. Grubościenny płaszcz walczak kotła.

Z dotychczasowych sposobów uwzględnienia wpływu otworów na wytrzymałość grubościennego płaszcza walczaka znana mi jest jedynie propozycja inż. W. Seeberger'a z Berlina [1]). Wymieniony autor, rozpatrując trzy naprężenia główne na zewnętrznej i wewnętrznej stronie ściany cylindra, dzieli je — wszystkie trzy — przez spółczynnik osłabienia φ (u nas w artykule I i II φ oznaczono przez z). To co się przedewszystkiem w pracy p. W. Seebergera rzuca w oczy, to dzielenie wyrażenia dla radjalnego naprężenia przez spółczynnik osłabienia. Jest to błąd logiczny, hydrostatyczne ciśnienie bowiem o jakiem tu mowa, działa tylko na rzeczywiście istniejące ścianki; na miejsca ścianki, w których brak materjału, ciśnienie to nie działa. Pozostałe, istniejące części ścianki, nie odciążają od działania ciśnienia p tej części ścianki, w której są wywiercone otwory, nie są więc z powodu obecności w sąsiedztwie tych otworów więcej niż bez nich przez ciśnienie p obciążone. Błąd tego samego typu popełnia p. W. Seeberger, obliczając z naprężeń termicznych odpowiadający im moment zginający.

Dalej autor wymienionego artykułu proponuje ostatecznie dokonywanie obliczenia na zasadzie hipotezy największego naprężenia normalnego, biorąc w ten sposób pod uwagę jedno tylko, a mianowicie największe naprężenie główne. Już oddawna jest przecież wiadome, iż na wysiłek materjału ma wpływ całokształt stanu napięcia w rozpatrywanym punkcie i jeżeli tak długo przetrwało dawne obliczenie cienkościennych płaszczy, walczaków, to zawdzięcza ono swe powodzenie okoliczności, iż przypadkowo ten sposób obliczenia cienkościennego walczaka daje rezultaty zgodne z dość poprawną hipotezą biorącą pod uwagę dwa naprężenia główne — największe i najmniejsze.

Omawiany sposób nie uwzględnia ani orjentacji osi szeregu otworów, ani też nie liczy się z tem, iż rozpatrywany punkt może leżeć na skrzyżowaniu się dwóch par otworów, to jest pomiędzy osłabieniami φ i φ_2 (według naszych oznaczeń z_1 i z_2). Od jakiejkolwiek z wymienionych tu niedokładności wolne są rozważania, które doprowadziły nas do wzorów (7) względnie (7a) (artykuł autora II). Daleko idącem uproszczeniem tych wzorów, gwarantującem równe lub większe bezpieczeństwo w porównaniu z nimi jest wzór

$$b - a = \frac{a}{z}\sqrt{\frac{100\,\frac{K}{x}}{100\,\frac{K}{x} - p\sqrt{3}}}$$

albo

$$g = \frac{D}{2\,z}\left[\sqrt{\frac{100\,\frac{K}{x}}{100\,\frac{K}{x} - 1{,}732\,p}} - 1\right]^{1)}$$

dla grubościennych płaszczy walczaka, odpowiadający wzorowi

$$g = \frac{p\,D\,x}{230\,K\,.\,z}$$

dla cienkościennych płaszczy walczaków. (K oznacza granicę plastyczności w kg/cm^2, a „z" największe osłabienie; a i b wyrażono w jakichkolwiek, byleby jednakowych jednostkach).

Próby Pana W. Seeberger'a uwzględnienia napięć termicznych, nie można uznać również jako zadawalniającej. Jego rozumowanie jest błędne.

---

[1]) Höhstdruck-Steilrohrkessel. Von Dipl. Ing. W. Seeberger in Berlin-Hegel. Die Wärme Nr. 27, 4VII. 1931.

[1]) Przy oznaczeniach $b-a=g$, $a=\frac{D}{2}$, $\sqrt{3}=1{,}732$.

Przeprowadzimy więc na ten temat pobieżnie własne rozumowanie. Przypuśćmy, iż grubościenny walczak, znajduje się w atmosferze wysokiej temperatury i że na wewnętrznej powierzchni jego ścianki występują wszystkie 3 termiczne naprężenia główne, a więc S_1 — obwodowe, S_2 — osiowe, S_3 — radjalne (to ostatnie na powierzchni ścianki zawsze = 0). Jeżeli oznaczymy przez $A = \sigma_1 + S_1$, $B = \sigma_2 + S_2$, $C = \sigma_3 + S_1$, to łatwo uwidocznić iż

$$\lambda_f = A + B + C - AB - BC - CA = \sigma'^2_1 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1 + S_1^2 + S_2^2 + S_2^3 - S_1 S_2 - S_2 S_3 - S_3 S_1 + S_1 (2 \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) + S_2 (2 \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1) + S_3 (2 \sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2).$$

Uwzględniając iż dla obydwu powierzchni ścianki naczynia $S_3 = 0$ i $S_2 = S_1 = S$ otrzymujemy

$$\lambda_f = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1 + S^2 + S (\sigma_1 + \sigma_2 - 2 \sigma_3).$$

Biorąc pod uwagę podane w artykule (II) wyrażenie sumy pierwszych sześciu składników lewej strony tej równości otrzymujemy:

1) Dla walczaka nie osłabionego otworami

$$\sqrt{3 p^2 \frac{b^4}{(b^2 - a^2)^2}} + A = k \quad \text{i}$$

2) Dla walczaka osłabionego otworami

$$\sqrt{\left(\frac{p}{b^2 : a^2 - 1} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{0{,}01}{z_1 \; z_2}\right)^2 \left[\left(1{,}5 + \frac{b^2}{a^2}\right) \cdot (z_1^2 + z_2^2) - \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) z_1 \; z_2 + 1{,}5 \, (z_2^2 - z_1^2) \cos 2 \alpha\right]} + A = k$$

We wzorach tych

$$A = \left(\frac{S}{100}\right)^2 + \frac{S}{100^2} (\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_3) = \left(\frac{S}{100}\right)^2 + \frac{S \, . \, p}{100^2} \left(\frac{z_1 + z_2}{2 \, z_1 \, z_2} \cdot \frac{1 + 2\frac{a^2}{b^2}}{1 - \frac{a^2}{b^2}} + 2\right)$$

Naprężenie termiczne S w zależności od temperatury panujących na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ściany wyprowadził w sposób ścisły Prof. M. T. Huber w pracy: „O natężeniach wywołanych nierównem ogrzaniem wewnętrznej i zewnętrznej ściany rury“ (Czasop. Techn. 1906 r.).

Według tej pracy dla przypadku ustalonego przepływu ciepła przez ścianę rury, oznaczając przez $S = S_1 = S_2$ i $S^1 = S_1^{\,1} = S_2^{\,1}$ naprężenia termiczne na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni ściany, otrzymujemy

$$S = \frac{m \, . \, E}{m - 1} \, \alpha \, (t_z - t_w) \left(\frac{b^2}{b^2 - a^2} - \frac{1}{2 \ln \frac{b}{a}}\right)$$

$$S^1 = \frac{m \, . \, E}{m - 1} \, \alpha \, (t_z - t_w) \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} - \frac{1}{2 \ln \frac{b}{a}}\right)$$

We wzorach tych α oznacza spółczynnik rozszerzalności linjowej, t. j. stosunek przyrostu długości $\triangle l$ do tejże długości l na 1°C, ln—logarytm naturalny, E moduł sprężystości, uważany jako stały w granicach temperatur t_z i t_w.

Dr. R. Lorenz w swej późniejszej publikacji (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1907. S.743), cytując w odsyłaczu pracę Prof. Hubera, podał wzory w nieco innej formie, gdyż po podstawieniu

$$E = \frac{2 (m + 1)}{m} \, . \, G \text{ i } m = \frac{10}{3}.$$

Zastosowanie tych wzorów wymaga znajomości wartości t_z i t_w w różnych przypadkach, które należy brać z odnośnych pomiarów doświadczalnych [1]).

Wzory Prof. Hubera zostały wyprowadzone, przy założeniu stałej na całym obwodzie wartości $t_z - t_w$. O ile połowa walczaka znajduje się poza spalinami, to — biorąc pod uwagę największą różnicę temperatur $t_z - t_w$ — należałoby tak znalezioną wartość S opatrzyć spółczynnikiem γ mniejszym od jedności, którego wartości dotychczas bliżej nie znamy.

---

[1]) Münzinger — Berechung und Verhalten von Wasserrohrkesseln—Springer—Berlin 1929 (przyp. red.).
